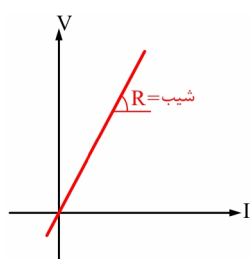


فصل ۱ مدارهای مقاومتی و روش‌های تحلیل

مقدمه

قبل از شروع درس کمی مقدمه لازم است؛ اسم این درس «مدار» است؛ اگر جای حروف دوم و سوم آن را عوض کنیم به نقش بی‌بدیل این درس در رشته «مهندسی برق» پی می‌بریم؛ درس مدار نه تنها پایه‌ی اکثر دروس این رشته است؛ بلکه در سایر رشته‌ها نیز با عنوان مبانی برق مورد بررسی قرار می‌گیرد. از طرفی هم در بیشتر آزمون‌های تحصیلات تکمیلی (کارشناسی ارشد و دکتری) این درس مورد سؤال قرار می‌گیرد؛ پس با درس بسیار مهمی سر و کار خواهیم داشت. از طرفی تمام سعی ما بر این است که به دلچسب‌ترین و شیرین‌ترین شیوه ممکن بحث را هضم کنیم. در فصل اول عناصر مداری را می‌شناسیم و به روش‌های تحلیل مدارهای مقاومتی می‌پردازیم؛ این فصل مبنای تمام فصول بعدی است؛ برای همین با تمام هوش و حواس سرکلاس جلسه اول حاضر شوید.

۱-۱ مشخصه ولتاژ - جریان



یعنی رابطه‌ای را که بین ولتاژ و جریان یک مدار



وجود دارد، در یک شکل مشخص کنیم. مثلاً در یک مقاومت خطی این مشخصه به صورت زیر است:

شکل (۱-۱) مشخصه ولتاژ - جریان در یک مقاومت خطی

به نظر شما اشکال مشخصه بالا (یا بهتر بگوییم، نقص آن) چیست؟

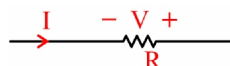
در نظر اول هیچ ایرادی ندارد ولی با کمی دقت می‌بینیم که جهت‌های ولتاژ و جریان مشخص نشده است!





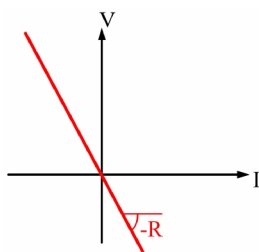
دقیقاً! یکی از مهم‌ترین چیزهایی که باید در درس مدار به آن توجه داشت، جهت‌های ولتاژ و جریان است. مثلاً اگر

پلاریته ولتاژ و جهت جریان را به صورت زیر فرض کنیم:



شکل (۲-۱) یک مقاومت خطی با پلاریته ولتاژ و جهت جریان مشخص شده

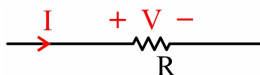
آنگاه مشخصه ولتاژ - جریان آن به صورت شکل (۳-۱) می‌شود:



شکل (۳-۱) مشخصه ولتاژ و جریان در مقاومت نشان داده‌شده

در شکل (۲-۱)

پس برای شکل (۱-۱) داریم:



شکل (۴-۱) مقاومت خط با پلاریته ولتاژ و جهت جریان استاندارد

۱-۱-۱ عناصر مداری

حال مشخصه ولتاژ - جریان چند عنصر را بررسی می‌کنیم.

(الف) مقاومت خطی (که بررسی شد!)

(ب) دیود ایده‌آل: می‌دانیم در دیود ایده‌آل هر گاه ولتاژ آند از کاتد بیشتر باشد،

دیود در حکم اتصال کوتاه یا همان S.C. است، یعنی:

(۱-۱)



$$V = 0$$

و هرگاه ولتاژ کاتد از آند بیشتر شود، دیود نقش مدار باز یا همان O.C. را ایفا می‌کند، به عبارت دیگر:

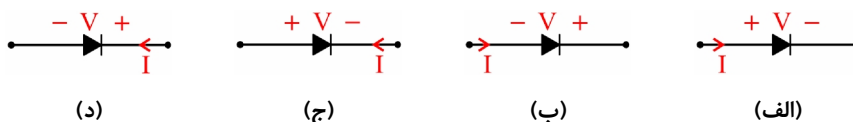
$$I = 0$$

(۲-۱)

حال با توجه به این عبارات بسیار ساده و توجه به جهت‌های ولتاژ و جریان برای هر دیودی می‌توان مشخصه ولتاژ - جریان رسم کرد.



۱- برای دیودهای نشان داده شده مشخصه جریان - ولتاژ رسم کنید.

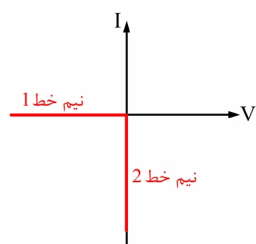


شکل (۵-۱) حالات مختلف برای یک دیود ایده آل



در شکل الف) هنگامی که $V < 0$ است، دیود قطع می شود،

یعنی $I = 0$ (نیم خط ۱) و هنگامی که دیود وصل شود، یعنی $V = 0$ ، نیم خط ۲ را داریم:



شکل (۶-۱) مشخصه جریان - ولتاژ دیود ایده آل

شکل (۵-۱) الف) (پاسخ غلط!)

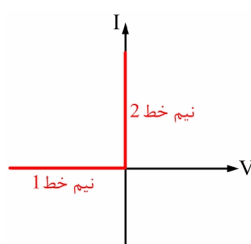


اشکال این پاسخ کجاست؟

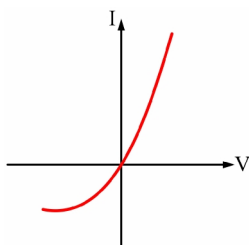


نیم خط ۱ مشکلی ندارد، منتها در نیم خط ۲، مقادیر جریان منفی اند، درحالی که با توجه به جهت جریان در شکل

(۵-۱) الف) جریان مثبت است. (از آند به کاتد) پس جواب درست به این شکل می شود:



شکل (۷-۱) مشخصه صحیح! جریان - ولتاژ دیود ایده آل شکل (۵-۱) الف) (پاسخ درست)



کاملاً درست است. از طرفی با کمی دقت نیز ملاحظه می کنید



که این شکل، یک تقریب ایده آل برای دیود واقعی است. (موافقت؟)

شکل (۸-۱) مشخصه جریان - ولتاژ دیود واقعی

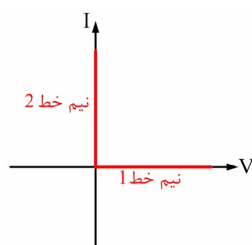
شکل (۵-۱-الف)

و اما ادامه پاسخ تمرین ۱:



در شکل (۵-۱-ب) وقتی دیود قطع است که $V > 0$ (به جهت پلاریته ولتاژ نگاه کنید)، یعنی نیم خط ۱ و

مشخصه دیود هنگام وصل بودن (یعنی $V = 0$)، بر نیم خط ۲ منطبق می شوند. (این بار اشتباه قبلی را مرتکب نشدم!)

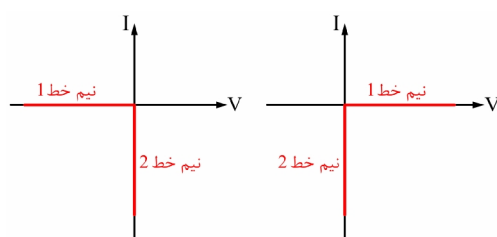


شکل (۹-۱) مشخصه جریان - ولتاژ دیود ایده آل شکل (۵-۱-ب)

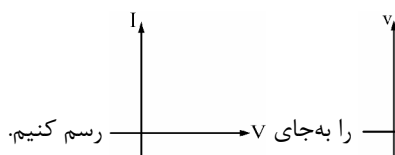


پس جمع بندی می کنیم: ابتدا حالت قطع را بررسی می کنیم، حالتی که $V_{\text{اند}} > V_{\text{کند}}$ در اینجا $I = 0$ است و

نیم خط مربوط، مشخص می شود و سپس حالت وصل که $V = 0$ است؛ برای این نیم خط، توجه به جهت جریان لازم است.



شکل (۱۰-۱) مشخصه جریان - ولتاژ دیود ایده آل شکل های (۵-۱-ج و د)

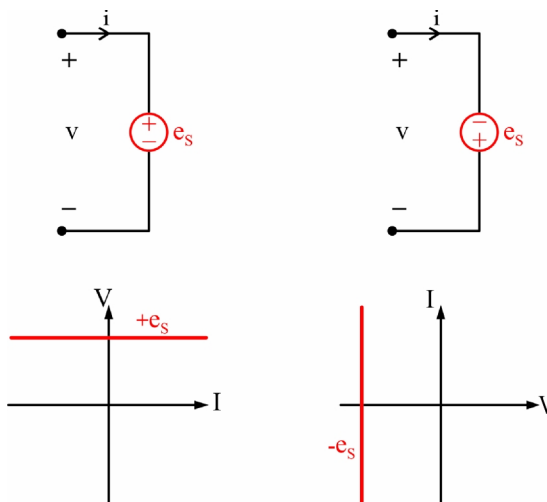


رسم کنیم.



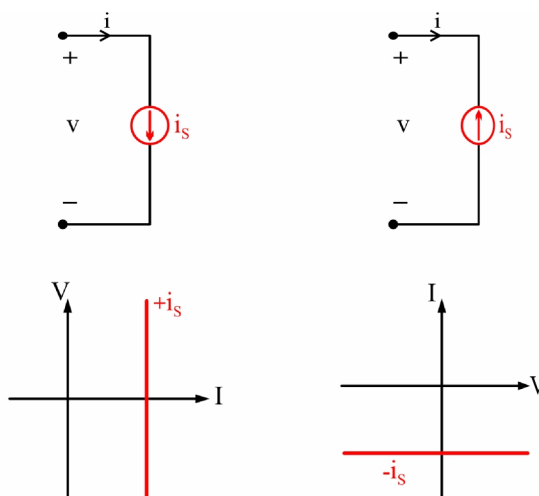
بدیهی است که به سادگی می توانستیم مشخصه I را به جای V رسم کنیم.

نمودار نسبت به نیمساز ربع اول و سوم قرینه می‌شود و در نتیجه شیب‌ها، معکوس می‌شوند.
(ج) منبع ولتاژ ایده‌آل: توضیحی نیاز ندارد، فقط نگاه کنید.



شکل (۱۱-۱) مشخصه ولتاژ - جریان در منبع ولتاژ ایده‌آل

(د) منبع جریان ایده‌آل: باز تنها یک نگاه کافی است.



شکل (۱۲-۱) مشخصه ولتاژ - جریان در منبع جریان ایده‌آل

یک نفر موضوع را جمع‌بندی کند.

هر منبع ولتاژ یا منبع جریانی، بسته به جهتش، مقدار ولتاژ و یا جریان را در مشخصه $V-I$ به اندازه e_s و یا i_s



شیفت می‌دهد. (به راست و چپ و یا به بالا و پایین)

۱-۱-۲ به هم بستن عناصر



حالا مسئله این است که هیچ‌گاه مشخصه ولتاژ - جریان را در یک عنصر تنها به ما نمی‌دهند. (مگر در آزمون ورودی

مدارس ابتدایی!) بلکه مداری می‌دهند متشکل از تعدادی عناصر به هم پیوسته به یکی از صورت‌های زیر:



الف) اول سری:

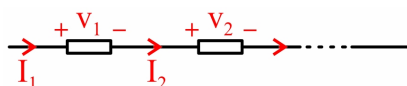


در این حالت می‌دانیم:

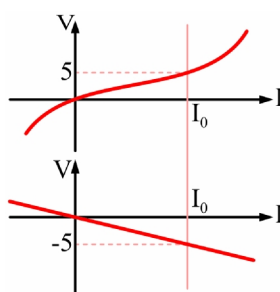
$$\begin{cases} I_{\text{کل}} = I_1 = I_2 = \dots \\ V_{\text{کل}} = V_1 + V_2 + \dots \end{cases} \quad (۳-۱)$$

و البته

$$R_{\text{eq}} = \sum_i R_i \quad (۴-۱)$$



شکل (۱۳-۱) المان‌های سری (هم‌جریان)



پس برای رسم مشخصه $V-I$ نهایی، به ازای جریان‌های



یکسان، ولتاژهای متناظر را جمع می‌کنیم.

شکل (۱۴-۱) مشخصه $V-I$ دو عنصر سری

یعنی به ازای جریان $I = I_0$ ، ولتاژهای متناظر را جمع می‌کنیم:



$$I_1 = I_2 = I_0 \Rightarrow V_{\text{کل}} = V_1 + V_2 = 5 + (-5) = 0$$



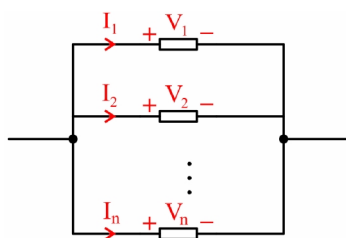
(ب) و حالا موازی:



در این حالت:

$$\begin{cases} V_{\text{کل}} = V_1 = V_2 = \dots \\ I_{\text{کل}} = I_1 + I_2 + \dots \end{cases}$$

(۵-۱)



و البته:



شکل (۱۵-۱) المان‌های موازی (هم‌ولتاژ)

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \sum_i \frac{1}{R_i}$$

(۶-۱)

پس برای رسم مشخصه $I-V$ نهایی، به ازای ولتاژهای یکسان، جریان‌های متناظر را جمع می‌کنیم.

یادتان هست که هنگام جمع کردن دو خط، در حقیقت شیب‌ها و عرض از مبدأ آن‌ها را با هم جمع می‌کردیم؛ در ضمن



فراموش نکنید که:

$$/m + \overline{0} = /m$$

(۷-۱)

$$/m + |\infty| = |\infty|$$

(۸-۱)

مفهوم روابط (۷-۱) و (۸-۱) را فهمیدید؟

رابطه (۷-۱) یعنی هر خط با شیب m وقتی با یک خط افقی جمع شود، شیب آن تغییر نمی‌کند، بلکه به قولالکترونیکی‌ها! تنها مقدار dc آن تغییر می‌کند (شیفت dc) و رابطه (۸-۱) به این معنی است که خط با شیب m هنگام جمع شدن با خط قائم، همان خط قائم (با شیب بی‌نهایت) می‌شود؛ به قول الکترونیکی‌ها بریده می‌شود!

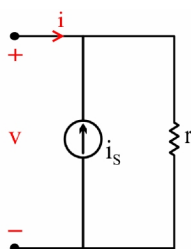


حالا نوبت حل تعدادی نمونه سؤال است؛ شما هم قدم به قدم با من حرکت کنید، قبل از مشاهده حل هر تمرین،

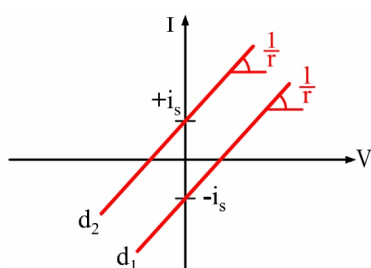
حتماً از قبل خودتان آن را حل کنید تا ... !



۲- در مدارهای زیر مشخصه $I-V$ رسم کنید.



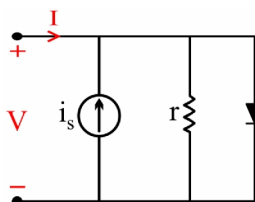
شکل (۱۶-۱) تمرین ۲-الف



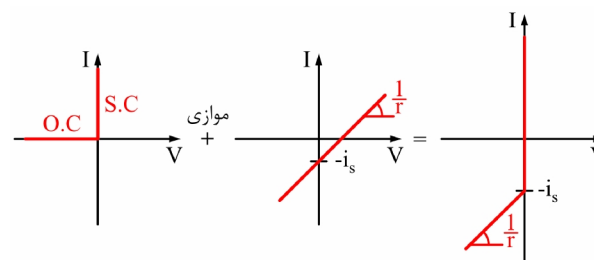
شکل (۱۷-۱) پاسخ تمرین ۲-الف

در اینجا پاسخ خط d_1 است ولی اگر جهت منبع جریان بالعکس بود؛ پاسخ خط d_2 می‌شد.

و حالا مداری با یک عنصر غیرخطی (دیود):

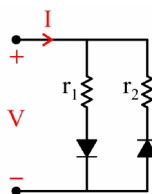


شکل (۱۸-۱) تمرین ۲-ب



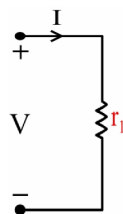
شکل (۱۹-۱) پاسخ تمرین ۲-ب

پاسخ قسمت الف) با دیود موازی است، پس مشخصه آن‌ها جمع می‌شود.



شکل (۲۰-۱) تمرین ۲-ج

مطابق روال گذشته، در هر شاخه، حاصل سری شدن مقاومت با دیود را به دست می‌آوریم و نتایج را با هم موازی می‌کنیم. آیا راه حل سریع‌تری سراغ دارید؟

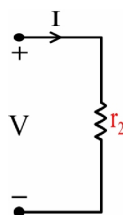


شکل (۲۱-۱) مدار معادل در حالت $V > 0$

بله! شاخهٔ چپی را شاخهٔ ۱ و شاخهٔ راستی را شاخهٔ ۲ بنامید. حال معلوم است که وقتی $V > 0$ ، آن‌گاه شاخهٔ ۱ وصل و شاخهٔ ۲ قطع است و مدار به شکل زیر می‌شود:

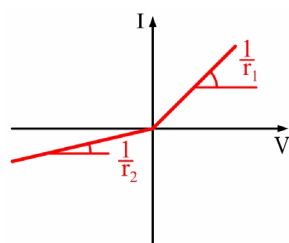


و هنگامی که $V < 0$ ، بالعکس است، یعنی مدار به فرم زیر می‌شود:

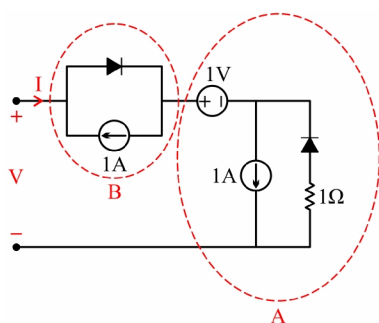


شکل (۲۲-۱) مدار معادل در حالت $V < 0$

پس با تقسیم به دو ناحیهٔ $V > 0$ و $V < 0$ ، مشخصهٔ ولتاژ - جریان به صورت زیر می‌شود:



شکل (۲۳-۱) پاسخ تمرین ۲-ج



شکل (۲۴-۱) تمرین ۲-د

بسیار خوب؛ در ضمن این مسئله، سؤال آزمون ورودی دورهٔ

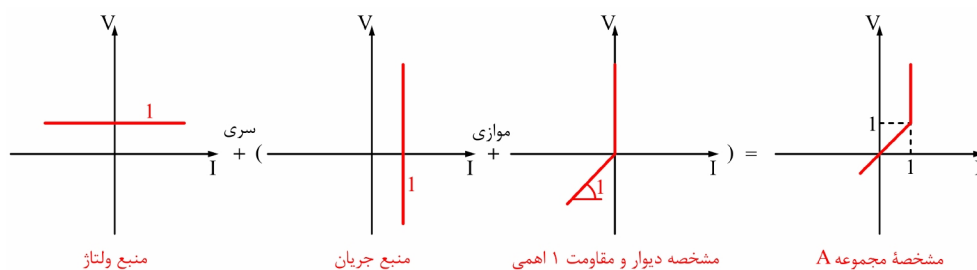


دکترای یکی از دانشگاه‌ها بوده است، البته با صورتی متفاوت، با این مضمون که مدار تمرین ۲-ج یک تقریب تکه‌ای خطی برای دیود واقعی است البته به شرطی که $r_1 \ll r_2$. (به شکل (۸-۱) مراجعه کنید.) و اما شکل بعدی:

تازه این شد یک تمرین کامل! واضح است که باید قسمت‌های مختلف مدار را - تکه تکه - بررسی کنید تا حاصل نهایی به دست آید. منتظر چه هستید؟ شروع کنید.

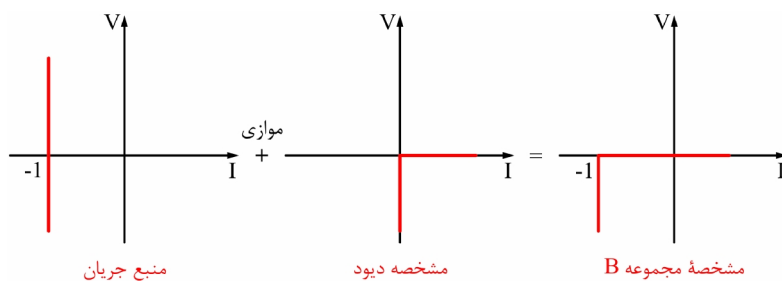


ابتدا مجموعه A (بخش سمت راستی):



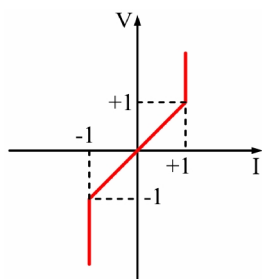
شکل (۲۵-۱) مراحل حل تمرین ۲-د

و سپس مجموعه B :



شکل (۲۶-۱) ادامه مراحل حل تمرین ۲-د

و در نهایت این دو بخش با هم سری می‌شوند و حاصل نهایی به صورت زیر است:



شکل (۲۷-۱) پاسخ تمرین ۲-د

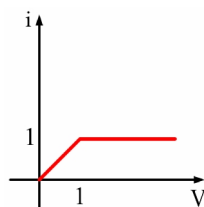
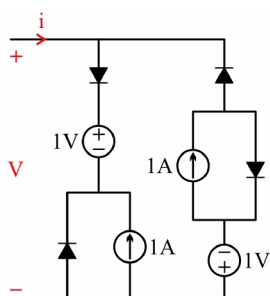
بنابراین بهتر است که در حل یک مسئله نسبتاً مفصل، تمام مشخصه‌ها را به صورت یکی از فرم‌های I یا V

در نظر بگیریم تا تبدیل این فرم‌ها به یکدیگر وقت ما را تلف نکند.

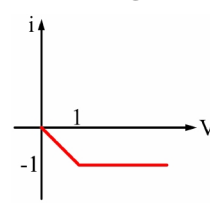


۳- حالا یک مسئله تستی!

کدام یک از منحنی‌های زیر، منحنی مشخصه مدار زیر است؟

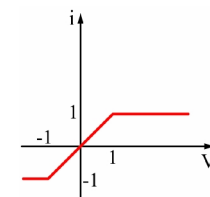


(۲)



(۱)

(۴) هیچ کدام



(۳)

شکل (۲۸-۱) تمرین ۳

برای حل این مسئله باید از یک گوشه مدار شروع کنیم و...



اگر به گزینه‌ها نگاه کنیم، نیازی به شروع از این گوشه به آن گوشه ندارد. قطعاً گزینه ۴ درست است، چراکه در هر

سه گزینه اول خط مایل وجود دارد، درحالی‌که خط مایل در اثر مقاومت خطی $\text{---}\frac{R}{\text{---}}$ حاصل می‌شود و حال آن‌که اثری از این المان در مدار نیست.



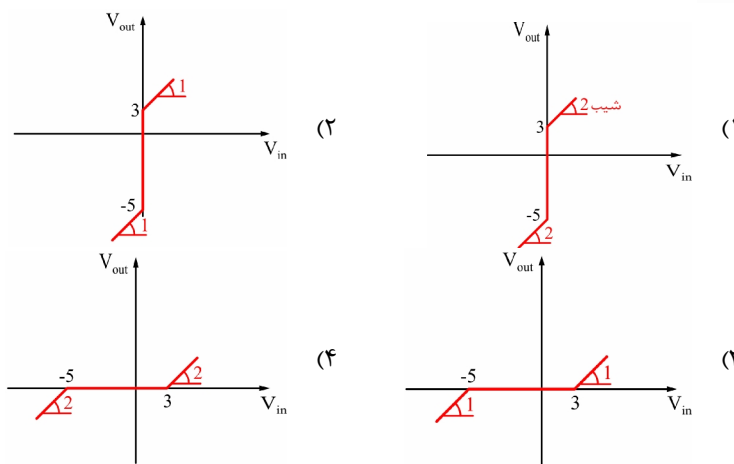
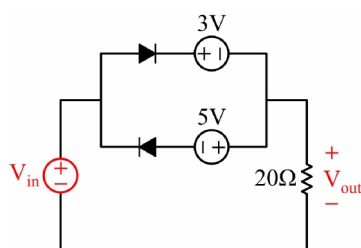
بسیار عالی است. در حل تست باید چشمان شما چپ باشد! البته نه این شکلی، یعنی همواره باید نیم‌نگاهی

به گزینه‌ها نیز داشته باشید. به موقع در این مورد به تفصیل حرف می‌زنیم!

گاهی به جای مشخصه ولتاژ - جریان، ممکن است مشخصه‌های دیگری همچون $V_{\text{out}} - V_{\text{in}}$ را بخواهند. دقت کنید!

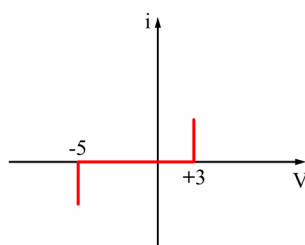


۴- در مدار شکل زیر دیودها ایده آل فرض می‌شوند. مشخصه $V_{out} - V_{in}$ به چه صورت خواهد بود؟



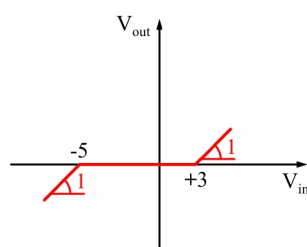
شکل (۱-۲۹) تمرین ۴

با سری کردن دیودها با منابع ولتاژ و سپس موازی شدن دو شاخه، مشخصه $I - V$ به صورت زیر می‌شود:



شکل (۱-۳۰) مراحل حل تمرین ۴

حال با سری شدن این مجموعه با مقاومت ۲ اهمی، مشخصه $V_{out} - V_{in}$ به صورت زیر در می‌آید:



شکل (۱-۳۱) پاسخ تمرین ۴

پس گزینه ۳ درست است. در ضمن فراموش نکنید که در این جا:

$$V_{out} = 2i$$

و به همین دلیل بود که شیب خطها، به جای $\frac{1}{2}$ برابر یک شد!





قبل از اتمام این بحث و رفتن به سراغ بحث بعدی، متذکر می‌شوم که مشخصه ولتاژ - بار (در مورد خازن) و مشخصه

شار - جریان (در سلف) عیناً شبیه مشخصه ولتاژ - جریان (در مقاومت) است و از تکرار آن پرهیز می‌کنیم.



خلاصه اینکه در مدارهای شامل خازن، نقش i (جریان) را q (بار) بازی می‌کند (V سر جای خودش است) و در

مدارهای شامل سلف، نقش V (ولتاژ) را ϕ (شار) ایفا می‌کند. (i سر جای خودش هست).

۲-۱ عناصر مداری (معرفی و روابط)

۱-۲-۱ مقاومت



از دوره راهنمایی! به خاطر دارید که:

شکل (۱-۳۲) مقاومت R و جریان I !

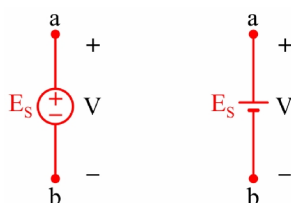
$$I = \frac{V_a - V_b}{R} \quad (۹-۱)$$

جریان رونده از a به b

۲-۲-۱ منابع مستقل (نابسته)

الف - منبع ولتاژ

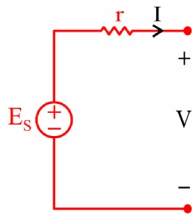
که همان باتری است؛



شکل (۱-۳۳) منبع ولتاژ مستقل (نابسته) ایده‌آل

در حالت ایده‌آل داریم:

$$V = E_s \quad (۱۰-۱)$$



شکل (۳۴-۱) منبع ولتاژ مستقل (نابسته) واقعی

و در حالت واقعی یک مقاومت r با آن سری می‌شود که آن را مقاومت داخلی می‌نامیم:

$$V = E_s - rI \quad (۱۱-۱)$$

مقدار rI را در رابطه بالا را افت ولتاژ مقاومت داخلی منبع نیز می‌گوییم.

ب - منبع جریان

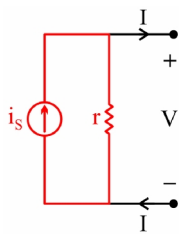
در حالت ایده‌آل:



شکل (۳۵-۱) منبع جریان مستقل (نابسته) ایده‌آل

$$I = i_s \quad (۱۲-۱)$$

و در حالت واقعی یک مقاومت r اهمی با آن موازی می‌شود؛ باز هم به نام مقاومت داخلی!



شکل (۳۶-۱) منبع جریان مستقل (نابسته) واقعی

$$I = i_s - \frac{V}{r} \quad (۱۳-۱)$$

می‌توان مشابه قبل $\frac{V}{r}$ را افت جریان منبع نامید.

چرا در منبع جریان، مقاومت داخلی را سری با آن فرض نکردیم؟



این‌که ساده است، چراکه آن مقاومت داخلی، هیچ‌گونه افتی در جریان منبع ایجاد نمی‌کند، به‌طور کلی هر چیزی!

موازی منبع ولتاژ قابل حذف است (یعنی تأثیری در سایر قسمت‌های مدار ندارد) و هر المانی سری با منبع جریان نیز همین‌طور!



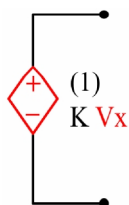
البته برای آن چیز! و المان استثنائاتی هم هست! اگر آن چیز (که موازی با منبع ولتاژ شده) اتصال کوتاه (یا S.C.)

باشد، خود منبع ولتاژ حذف می‌شود و در صورتی که آن المان (سری با منبع جریان) مدار باز (یا O.C.) باشد، خود منبع جریان منهدم! می‌شود.

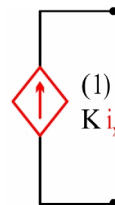
۳-۲-۱ منابع وابسته



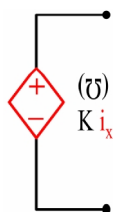
که به یکی از چهار شکل زیر است:



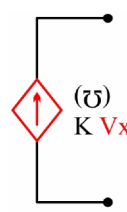
(ب) منبع ولتاژ وابسته به ولتاژ



(الف) منبع جریان وابسته به جریان



(د) منبع ولتاژ وابسته به جریان



(ج) منبع جریان وابسته به ولتاژ

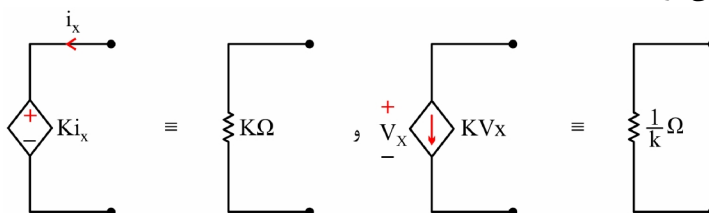
شکل (۳۷-۱) چهار نوع منبع وابسته

که در آن‌ها i_x و V_x به ترتیب جریان یا ولتاژ هر شاخه از مدار می‌توانند باشند.

حالت خاص! منابع وابسته به خود!

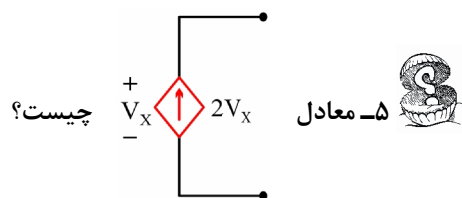
در شکل‌های (۱ - ۳۷ - ج) و (۱ - ۳۷ - د) فرض کنید i_x جریان خود منبع ولتاژ و یا V_x ولتاژ خود منبع جریان باشد؛ در این صورت منبع وابسته در حکم یک مقاومت می‌شود.

ملاحظه کنید:



شکل (۳۸-۱) منابع وابسته به خود و معادل مقاومتی آن‌ها

بدیهی است که توجه به این موضوع، گاهی حل تست را ساده می‌کند.



یک مقاومت نیم اهمی!



به نظرم، دوستم اشتباه می‌کند. اگر به جهت جریان و پلاریته ولتاژ دقت کنیم (که البته این دقت ضروری است)، این منبع معادل با یک مقاومت $-\frac{1}{2}$ اهمی است.



باز تکرار می‌کنم: توجه به پلاریته ولتاژ و جهت جریان در درس مدار ضروری است. گاهی با یک بی‌دقتی در جهت‌ها، تستی را حل می‌کنید، در ضمن پاسخ به‌دست آمده خود را در گزینه‌ها ملاحظه می‌کنید. بنابراین مشغوف می‌شوید از اینکه $+1$ نمره گرفته‌اید، غافل از آن که $-\frac{1}{3}$ نمره نصیبتان شده است!



۳-۱ توان الکتریکی

برابر است با ولتاژ ضربدر جریان و واحد آن «وات» است؛

$$P = V \times I \quad (۱۴-۱)$$

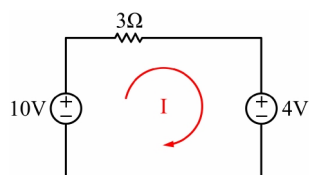
که در مقاومت به صورت‌های دیگری هم قابل بیان است:

$$P = \frac{V^2}{R} = RI^2 \quad (۱۵-۱)$$

تنها نکته مهم، در تولیدی یا مصرفی بودن آن است؛ اگر جریان از سر مثبت ولتاژ وارد شود، توان مصرفی و اگر جریان از سر منفی ولتاژ وارد شود (و یا از سر مثبت خارج شود)، توان تولیدی است. بنابراین همه مقاومت‌ها مصرف‌کننده هستند و



تمامی منابع مستقل (همچون باتری‌ها) مولد هستند.



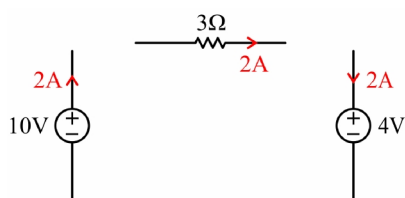
شکل (۱-۳۹) مثال دانشجوی باهوش!

باز به نظرم، دوستم مرتکب اشتباهی شده است؛ به مدار مقابل



نگاه کنید:

در اینجا واضح است که جریان I با جهت نشان داده شده برابر ۲ آمپر است.



شکل (۴۰-۱) مدار قبلی با اجزای تفکیک شده

در اینجا دیده می شود که مقاومت ۱۲ وات مصرف کرده و منبع ۱۰ ولتی به میزان ۲۰ وات تولید می کند. همان طور که شکل نیز تأیید می کند، ۸ وات دیگر را منبع ولتاژ ۴ ولتی مصرف کرده است.

دقیقاً همین طور است، پس همه مقاومت ها مصرف کننده اند و



منابع مستقل (اعم از ولتاژ یا جریان) بسته به شرایط می توانند مصرف کننده باشند یا مولد!

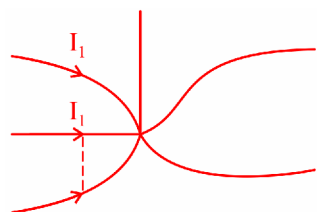


۴-۱

مبنای درس مدارهای الکتریکی، این دو قانون ارزشمند هستند.



(۱) قانون جریان یا KCL: جمع جبری جریان های خروجی از هر گره برابر صفر است.



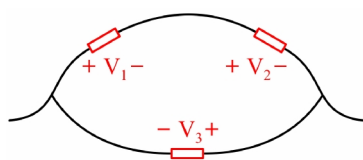
شکل (۴۱-۱) قانون جریان KCL

در هر گره یا سوپر گره یا کات ست داریم:

$$\sum I_{\text{out}} = 0$$

(۱۶-۱)

۲) قانون ولتاژ یا KVL: جمع جبری ولتاژهای عناصر در هر مسیر بسته صفر است.



شکل (۴۲-۱) قانون ولتاژ KVL

و در هر مش یا سوپر مش یا حلقه داریم:

$$\sum_i V_i = 0 \quad (۱۷-۱)$$

مدارهای مقاومتی و روش‌های تحلیل:

در کتاب‌های مدار، ۲ روش استاندارد برای تحلیل مدار معرفی می‌شود، روش گره و روش مش. ما ابتدا به دقت این دو روش را مورد بررسی قرار می‌دهیم و سپس روش سوم را - که روش بهینه خصوصاً در حل مسایل تستی است - مورد کنکاش قرار می‌دهیم. از هم‌اکنون توصیه می‌کنم که خصوصاً روش سوم را به خوبی فرا بگیرید. پایهٔ درس ما تا انتها بر همین مبانی تحلیل مدارهای مقاومتی استوار است.

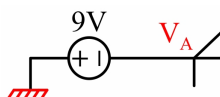


۱-۴-۱ روش تحلیل گره

هدف: پیدا کردن ولتاژ گره‌ها (به جز گرهٔ مبنا یا زمین که در آن $V=0$)
روش: KCL را در همهٔ گره‌ها (به جز گرهٔ زمین و گره‌های با ولتاژ معلوم) می‌نویسیم.



منظور شما از گره با ولتاژ معلوم چیست؟



سؤال خوبی است. مثلاً اگر ولتاژ یک سر منبع ولتاژی معلوم باشد،



شکل (۴۳-۱) یک منبع ولتاژ با یک سر زمین

ولتاژ سر دیگرش هم معلوم است دیگر!

مثلاً در شکل (۴۳-۱) $V_A = -9^V$ است.

حالا من یک سؤال می‌پرسم. آیا KCL زدن در گره‌های با ولتاژ معلوم غلط یا غیرضروری است؟



بدیهی است که KCL یک قانون است و همواره درست است. اما مگر هدف از KCL زدن در گره‌ها، یافتن ولتاژ آن

گره‌ها نبود؟!

اگر چنین است، پس KCL زدن در آن گره‌ها کاری بیهوده است.



می‌خواستم چند نکته مهم به شما بگویم، به یاد آن پیر مداری افتادم که در کلامی حکیمانه می‌فرمود: «نکات به

حل مسئله سرعت می‌بخشند.» از این به بعد هر وقت به یاد او افتادم، بدانید نکات بسیار مهمی در پیش است.



KCL را حتی المقدور بر حسب ولتاژ گره‌ها می‌نویسیم. یادتان باشد که یک مهندس برق باید دکترای KVL و KCL داشته باشد!!

اگر گره زمین مشخص نبود، آن را یک سر منبع ولتاژ می‌گذاریم.



تا دیگر نوشتن KCL در آن سر دیگر غیرضروری باشد.

دقیقاً! و یک معادله از معادلات ما کاسته شود.

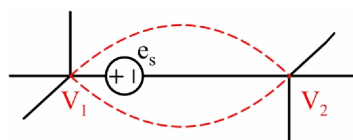


اگر بین دو گره با ولتاژ مجهول، منبع ولتاژ بود، برای راحتی، از نوشتن KCL در گره مرکب یا سوپرگره استفاده می‌کنیم. باز یک معادله از معادلات ما کاسته می‌شود.



بچه‌ها اجازه بدین خیالتون رو راحت کنم؛ اصلاً اگر به یک

کودک ۵ ساله یک خودکار بدهید و بگویید که یک شکل بسته روی مدار بکش؛ آن شکل بسته یک گره است. مستقل از اینکه داخلش چیه! و گاهی ممکنه این کودک ۵ ساله حل مسئله رو خیلی ساده‌تر کنه!



شکل (۴۴-۱) یک منبع ولتاژ با دو گره مجهول



در شکل (۴۴-۱) ملاحظه می‌شود که:

$$V_1 - V_2 = e_s$$

(۱۸-۱)

رابطه بالا را که در یک مستطیل قرار دارد، با عنوان رابطه مستطیلیه می‌شناسیم!

پس خلاصه KCL در گره مرکب چه شد؟



ابتدا به کمک رابطه مستطیلیه ولتاژ یکی از گره‌ها را برحسب دیگری می‌نویسیم؛ سپس کل نقطه‌چین نشان داده

شده در شکل (۴۴-۱) را در حکم یک گره (گرهٔ ورم کرده!) در نظر می‌گیریم، و برایش KCL می‌زنیم.



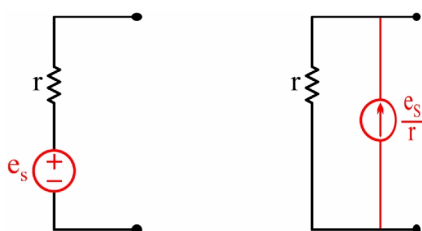
خُب اگر منبع جریان بود، چه می‌کنیم؟



سؤال خوبی است؛ البته اگر سؤال خیلی خوبی هم نباشد، پاسخ خیلی خوبی خواهد داشت! در روش گره که مبنای آن

KCL

است، به منبع جریان علاقه‌مندیم. چراکه کار کردن با منبع جریان در KCL راحت است، برای همین، ترکیب‌های به صورت شکل (۴۵-۱ الف) را به صورت (۴۵-۱ ب) تبدیل می‌کنیم.

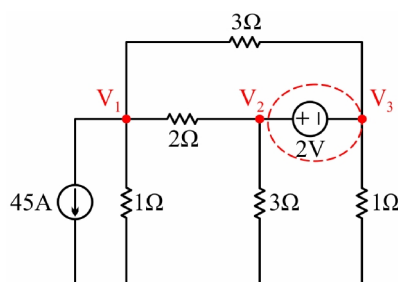


شکل (۴۵-۱) مدارهای معادل الف: تونن و ب: نورتن

عجله نکنید، به زودی در مورد مدارهای معادل تونن و نورتن به تفصیل صحبت می‌کنیم.



۶- در مدار زیر پس از تحلیل مقادیر V_1 و V_2 و V_3 را پیدا کنید.



شکل (۴۶-۱) مدار تمرین ۶

برای حل، در نگاه اول سه معادله سه مجهول داریم ولی بین گره‌های V_2 و V_3 ، منبع ولتاژ ملاحظه می‌شود. پس:



گرهٔ مرکب و رابطهٔ مستطیلیه و...



پس دست به کار می‌شویم!

$$V_2 - V_3 = 2^V \quad \text{رابطه مستطیلیه}$$

$$\begin{cases} \text{KCL در گره ۱} : & V_1 + \frac{V_1 - V_3 - 2}{2} + \frac{V_1 - V_3}{3} + 45 = 0 \\ \text{KCL در گره مرکب} : & \frac{V_3 + 2 - V_1}{2} + \frac{V_3 + 2}{3} + V_3 + \frac{V_3 - V_1}{3} = 0 \end{cases}$$

و از حل این، دو معادله دو مجهول، مقادیر حاصل می‌شوند!



جالب بود! شما هنگام نوشتن معادلات به زبان می‌گفتید: V_2 ولی با دست می‌نوشتید: $V_3 + 2$ (به کمک رابطه

مستطیلیه!) و این کار، سرعت را زیاد می‌کرد!



قبل از آن که سراغ مسئله بعدی برویم، یک حرف بسیار واضح ولی



شکل (۴۷-۱) یک چشم خوب باز شده !!!

در عین حال پر اهمیت باید بگوییم. ببینید فرق یک مسئله تستی با تشریحی در آن است که در یک تست پاسخ جلوی چشم شماست، فقط باید چشمتان را خوب باز کنید.

مثلاً در همین مسئله، اگر دقت کنید، گزینه‌ای درست است که در آن رابطه زیر برقرار باشد:

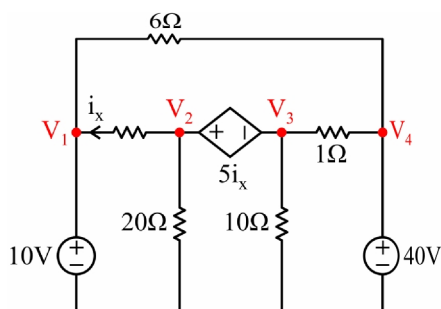
$$V_2 - V_3 = 2$$

مستقل از آن که این V_3 و V_2 چه مقادیری هستند.

البته کاربرد چشم خوب باز شده در اینجا بسیار ساده و پیش پا افتاده بود. به زودی در مسایل تستی دشوار از آن بهره‌های اساسی خواهیم برد! به عبارت دیگر چشم را باید شست؛ جور دیگر باید دید!



۷- ولتاژهای V_1 و V_2 و V_3 و V_4 را پیدا کنید.



شکل (۴۸-۱) مدار تمرین ۷

به نظر شما اولین قدم در حل این مسئله، چه باید باشد؟



اینکه i_x را (که منبع وابسته به آن مربوط است) برحسب متغیرهای مطلوبمان (مثلاً در این مسئله ولتاژها) بنویسیم.



کاملاً درست است؛ تا بی خودی متغیر اضافی ایجاد نشود.

پس می نویسیم:

$$i_x = \frac{V_2 - V_1}{5}$$



آیا اشکالی دارد که از همین ابتدا بنویسیم:

$$V_1 = 10^V \text{ و } V_4 = 40^V$$



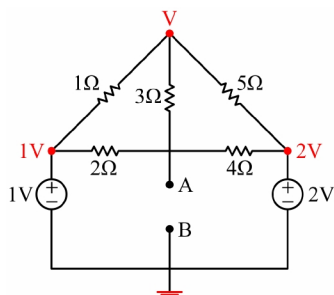
نه تنها اشکالی ندارد، بلکه کاملاً عاقلانه و لازم است.

حالا در گره مرکب V_2 و V_3 ، یک KCL می زنیم. (شروع از رابطه مستطیلیه !)

$$V_2 - V_3 = 5i_x = 5 \times \frac{V_2 - V_1}{5} = V_2 - V_1$$

$$V_3 = V_1 = 10^V$$

$$\text{KCL در گره مرکب: } \frac{V_2 - 10}{5} + \frac{V_2}{20} + \frac{10}{10} + \frac{10 - 40}{1} = 0 \Rightarrow V_2 = 124^V$$



شکل (۴۹-۱) مدار تمرین ۸



۸- در صورتی که شاخه AB را اتصال کوتاه کنیم، چه جریانی

از آن می گذرد؟



اگر شاخه AB را اتصال کوتاه کنیم و نقطه B را زمین در نظر

بگیریم، فقط یک گره با ولتاژ مجهول باقی می ماند. (گره بالایی مدار) در آن

گره KCL می زنیم:

$$\text{KCL: } V - 1 + \frac{V}{3} + \frac{V - 2}{5} = 0 \Rightarrow V = \frac{21}{23} \text{ v}$$

حال برای جریان شاخه AB باید سه جریان را حساب کرده و سپس جمع کنیم:

$$i_{AB} = \frac{1 - 0}{2} + \frac{2 - 0}{4} + \frac{\frac{21}{23} - 0}{3} = \frac{30}{23} \text{ A}$$

تا این جا فعلاً برای روش گره کافی است؛ به سراغ روش دوم می‌رویم:



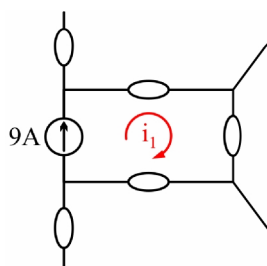
۲-۴-۱ روش تحلیل مش

هدف: پیدا کردن جریان مش‌ها

روش: KVL را در همه مش‌ها (به جز مش بیرونی و مش‌های با جریان معلوم) می‌نویسیم.



منظور از مش با جریان معلوم چیست؟



یعنی هرگاه در یک مش، منبع جریان مستقل وجود داشته باشد؛



البته به گونه‌ای که بتوان مقدار جریان مش را با یک نگاه به دست آورد.

شکل (۵۰-۱) مش با جریان معلوم

مثلاً در شکل (۵۰-۱) جریان مش i_1 مشخص است و دیگر نیازی به KVL زدن در آن حلقه نیست، هرچند این KVL غلط نیست ولی کاری بی‌هوده است.

آیا در اینجا مشابه قبل که گره مرکب داشتیم، مش مرکب نیز معنی دارد؟

:

حتماً! چرا که این روش دوگان روش گره است. با توجه به مفاهیم دوگانی خود شما حدس می‌زنید که در چه صورتی

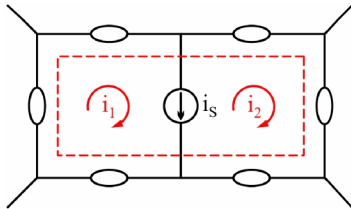


مش مرکب داریم؟



وقتی بین دو مش با جریان مجهول، یک منبع جریان باشد!

و آن گاه چه می‌کنیم؟



شکل (۱-۵۱) مش مرکب

ابتدا به کمک رابطه مستطیلیه! جریان یکی از مش‌ها را برحسب



جریان مش همسایه می‌نویسیم؛ سپس کل دو مش همسایه را در حکم یک مش در نظر می‌گیریم و برایش KVL می‌زنیم.

و در این جا رابطه مستطیلیه به این صورت است:



$$i_1 - i_2 = i_s$$

(۱-۱۹)

تا دیر نشده، چند مفهوم کوچک را برای دانشجویانی که کمی دچار فراموشی شده‌اند! یادآوری می‌کنم.

مش: ساده‌ترین حلقه‌ای که شاخه‌ای درونش نباشد.

جریان مش: یک جریان فرضی با جهت دلخواه - مثلاً در جهت عقربه‌های ساعت - است که از همه شاخه‌های درون مش می‌گذرد.

آیا منظور از جریان فرضی را می‌فهمید؟



یعنی مثلاً در شاخه‌ای که بین دو مش مشترک باشد، جریان واقعی برابر تفاضل جریان مش‌هاست.



حالا کمی در مورد KVL حرف بزنیم، چرا که مینا در این روش:

KVL

است.

ببینید، در این روش دو جهت داریم؛ یکی جهت جریان و یکی جهت حرکت در حلقه‌ها. اگر هنگام حرکت در مش از سر منفی

منبع ولتاژ وارد شویم، مقدار $-E_s$ منظور می‌کنیم و اگر از سر مثبت منبع ولتاژ وارد شویم، $E_s +$ قرار می‌دهیم.

و اما در مورد مقاومت‌ها (و به عبارتی امپدانس‌ها):



اگر هنگام حرکت، هم جهت جریان بودیم، مقدار $+RI$ را در نظر می گیریم و اگر در خلاف جهت جریان در حال

حرکت بودیم، $-RI$ قرار می دهیم.



و اگر به منبع جریان برخوردیم چطور؟

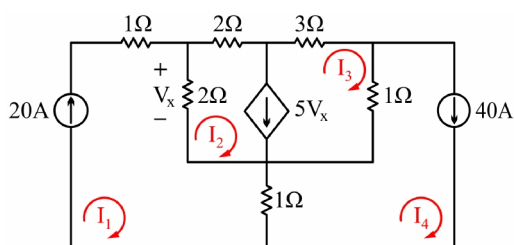


واضح است، چراکه در این روش به منبع ولتاژ علاقه مند هستیم! پس مدارهای به شکل (۴۵-۱) (ب) را به صورت

ترکیب (۴۵-۱) الف) تبدیل می کنیم.



۹- جریان های I_1 تا I_4 را محاسبه کنید.



شکل (۵۲-۱) مدار تمرین ۹

ظاهراً این مدار چهار مش دارد؛ یعنی چهار معادله، چهار مجهول، اما با نگاهی ساده داریم:

$$I_1 = 20 \text{ A} \quad , \quad I_4 = 40 \text{ A}$$

$$V_x = 2(20 - I_2)$$

و برای رابطه مستطیلیه !:

$$I_2 - I_3 = 5V_x \Rightarrow \boxed{I_3 = 11I_2 - 200}$$

حالا در مش مرکب (۲ و ۳) KVL می زنیم:

$$\text{KVL} : 2I_2 + 3(11I_2 - 200) + 1(11I_2 - 200 - 40) + 2(I_2 - 20) = 0$$

یعنی یک معادله یک مجهول 😊 پس I_2 و در نتیجه I_3 معلوم شد ...

حالا می خواهیم راجع به یک روش جدید و به عبارتی من درآوردی! با هم حرف بزنیم.

ببینید، روش‌های گره و مش روش‌های استاندارد هستند که ممکن است بهترین روش برای حل یک مسئله نباشند؛ اما به هر حال متدهای سنتی تحلیل مدار هستند. روش بهینه ما یک اسم سرخ‌پوستی^۱ دارد:



۱-۳-۴ روش KCL بازی؛ و سپس KVL در حلقه خوب!



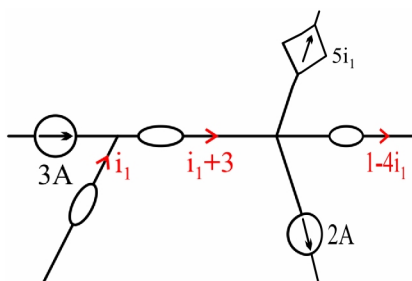
عملکرد ما در این روش از نامش پیداست. ابتدا KCL بازی می‌کنیم و سپس در حلقه یا حلقه‌های خوب KVL

می‌زنیم. می‌دانید یعنی چه؟

KCL بازی یعنی با جریان‌های واقعی روی شکل خود مدار بازی

می‌کنیم؛ یعنی جریان شاخه‌ها را روی شکل مدار مشخص می‌کنیم.

مثلاً این جوری:



شکل (۱-۵۳) نمونه‌ای برای KCL بازی

و حال واضح است که حلقه خوب به حلقه‌ای گفته می‌شود که با KVL زدن در آن، جریان مجهول معلوم شود؛ یعنی دارای کمترین جریان‌های مجهول باشد.

ضمناً حلقه خوب، حلقه‌ای است که حتی‌المقدور شامل یک عنصر نباشد. خودتان حدس بزنید!



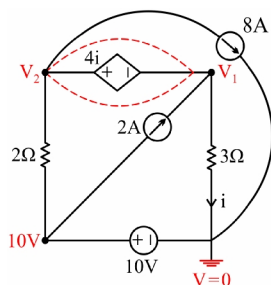
قطعاً منبع جریان، چراکه ولتاژ منبع جریان مجهول است و این از خوبی حلقه خوب می‌کاهد.



عالی است!

حال بهترین راه برای فهم این روش، حل تعدادی مسئله نمونه است.

۱- در فرهنگ ما ممکن است نام کسی «شجاع» باشد، اما با دیدن یک سوسک جان به جان آفرین تسلیم می‌کند؛ ولی در فرهنگ سرخ‌پوستی وقتی اسم کسی را «درازقد فریادکش» می‌گذارند، یعنی قطعاً قد بلندی دارد و دائماً فریاد سر می‌دهد. به نظر من اسم‌های بامسمّا بهترند!



شکل (۵۴-۱) مدار تمرین ۱۰- روش گره

۱۰- جریان i چند آمپر است؟ 



ابتدا به روش گره:

گره زمین را سمت راست منبع ولتاژ می‌گیریم، ولتاژ سمت چپ برابر ۱۰ ولت شده، حالا ۲ گره با ولتاژ مجهول داریم



(V_1 و V_2) که بین آن‌ها منبع ولتاژ است. ابتدا داریم:

$$i = \frac{V_1}{3}$$

و رابطه مستطیلیه!

$$V_2 - V_1 = 4i = 4 \frac{V_1}{3} \Rightarrow V_2 = \frac{7}{3} V_1$$

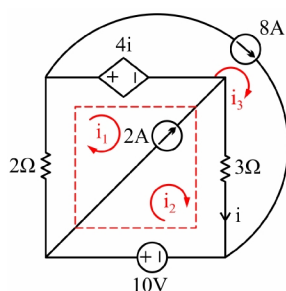
و در نهایت KCL در گره مرکب:

$$\text{KCL: } \frac{\frac{7}{3} V_1 - 10}{2} + 8 - 2 + \frac{V_1}{3} = 0$$

$$7V_1 - 30 + 36 + 2V_1 = 0 \Rightarrow 9V_1 = -6 \Rightarrow V_1 = -\frac{2}{3} \text{ V}$$

و بالاخره برای i داریم:

$$i = \frac{V_1}{3} = -\frac{2}{9} \text{ A}$$



شکل (۵۵-۱) مدار تمرین ۱۰- روش مش



حالا به روش مش:





جریان i_3 که معلوم است و برای مش‌های ۱ و ۲ از KVL در مش مرکب بهره می‌گیریم:

ابتدا:

$$i_3 = 8 \text{ A}$$

$$i = i_2 - 8$$

و رابطه مستطیلیه:

$$i_2 - i_1 = 2 \Rightarrow \boxed{i_1 = i_2 - 2}$$

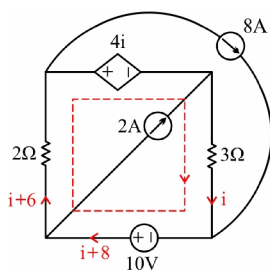
و حالا KVL در مش مرکب:

$$\text{KVL} : 4(i_2 - 8) + 3(i_2 - 8) - 10 + 2(i_2 - 2) = 0$$

$$4i_2 - 32 + 3i_2 - 24 - 10 + 2i_2 - 4 = 0 \Rightarrow 9i_2 = 70 \Rightarrow i_2 = \frac{70}{9}$$

و سرانجام برای i داریم:

$$i = i_2 - 8 = -\frac{2}{9} \text{ A}$$



ببینید این مسئله به دو روش گره و مش حل شد؛ هر دو روش



هم برای این مثال روش‌های خیلی خوبی بودند، چراکه به یک معادله یک مجهولی تبدیل شدند، با این حال، حتی همین مثال هم یک تبلیغ خوبی برای روش «KCL بازی و KVL در حلقه خوب» است. این مدار را به روش ابتکاری حل می‌کنیم:

شکل (۱-۵۶) مدار تمرین ۱۰ روش KCL بازی،
KVL در حلقه خوب!

اول روی شکل مدار، با جریان‌های واقعی KCL بازی می‌کنیم؛ سپس در حلقه مشخص شده KVL می‌زنیم:



$$\text{KVL} : 4i + 3i - 10 + 2(i + 6) = 0 \rightarrow 9i + 2 = 0 \Rightarrow i = -\frac{2}{9} \text{ A}$$

ملاحظه می‌کنید که این روش چقدر کار را ساده می‌کند! بعداً چندین مثال دیگر با این روش حل خواهیم کرد.



روش بهینه:

واضح است که در مدارهای با گره کمتر، روش گره و در مدارهای با مش کمتر، روش مش، روش بهینه است.



و برای آدم‌های باهوش!، روش ابتکاری KCL بازی و سپس KVL در حلقه خوب توصیه می‌شود.



دقیقاً! و گاهی هم روش ابتکاری KVL بازی و سپس KCL در گره خوب.

خوب دقت کنید، یک‌بار دیگر تکرار می‌کنم:

۴-۴-۱ روش KVL بازی و سپس KCL در گره خوب!



و حتماً KVL بازی یعنی مشخص کردن ولتاژ گره‌ها روی خود شکل مدار؛ یعنی همین‌جور روی گره‌ها قدم می‌زنیم و ولتاژ آن‌ها را با اعداد معلوم یا مقادیر پارامتری مجهول مشخص می‌کنیم و چشمانمان را باز کرده و در یک گره خوب که البته گاهی گره مرکب هست، KCL می‌زنیم تا مجهول مثل آب خوردن به دست بیاید.

۵-۱ مدارهای متقارن

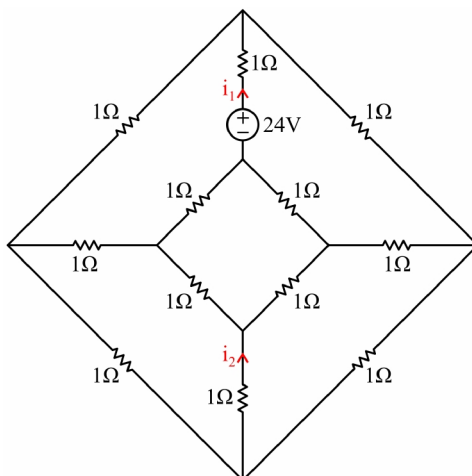


گاهی توجه به تقارن در تحلیل مدار، کار را بسیار ساده‌تر می‌کند. (یعنی از تعداد مجهولات می‌کاهد).

روش تشخیص: واضح است دیگر، فقط باید چشمان را خوب باز کنیم. نباید تخفیف دهیم، متقارن یعنی در مدار یک آینه باشد، حتی اگر پلاریته یک منبع، تقارن را به هم بزند، دیگر متقارن نیست.



۱۱- در مدار زیر جریان‌های i_1 و i_2 را پیدا کنید.



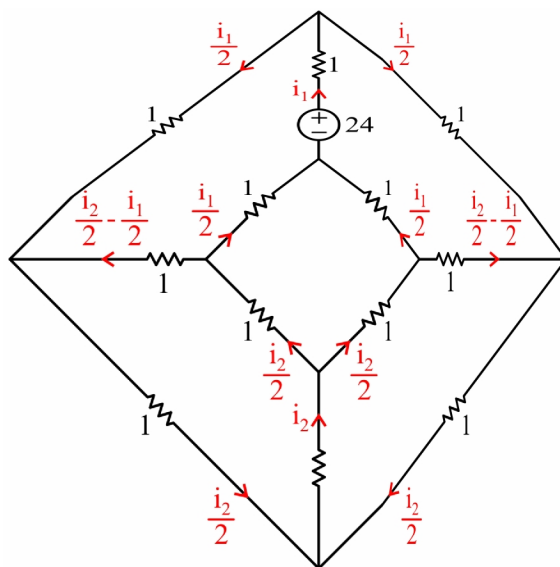
شکل (۵۷-۱) مدار تمرین ۱۱

حالا پیشنهاد بدهید.



اولاً مدار نسبت به محور قائم وسطی متقارن است؛ پس جریان i_1 به دو جریان مساوی $\frac{i_1}{2}$ تقسیم می‌شود.

همچنین در پایین مدار، دو جریان $\frac{i_2}{2}$ خواهیم داشت، با این کار در دو مش سمت راستی یا سمت چپی، دو جریان i_1 و i_2 مجهول بوده و با KVL مقادیرشان مشخص می‌شود.



شکل (۵۸-۱) استفاده از تقارن در تقسیم جریان‌ها

و داریم:

$$\text{KVL: } \begin{cases} i_1 + \frac{i_1}{2} - \frac{i_2}{2} + \frac{i_1}{2} + \frac{i_1}{2} = 24 \\ i_2 + \frac{i_2}{2} + \frac{i_2}{2} - \frac{i_1}{2} + \frac{i_2}{2} = 0 \end{cases} \Rightarrow i_1 = 10 \text{ A} , i_2 = 2 \text{ A}$$

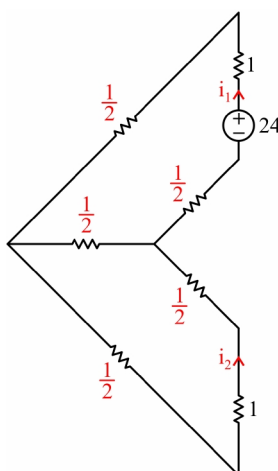
احسنت! من خلاصه می‌کنم:



در یک مدار متقارن، وقتی جریان i در محور تقارن مدار به n شاخه یکسان می‌رسد، سهم هر شاخه برابر $\frac{i}{n}$ می‌شود. و این یک سبک حل مسایل شامل مدارهای متقارن است.

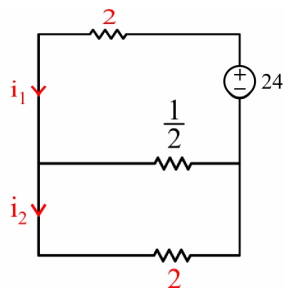


اما من پیشنهاد بهتری دارم؛ می‌گوییم چون مدار متقارن است، آن را از وسط (یعنی محور تقارنش) تا کنیم و روی نیمه دیگر قرار دهیم. در این آینه هر گره‌ای روی تصویر خود قرار می‌گیرد، چون آن گره‌ها، هم‌پتانسیل هستند. این کار مجاز است. واضح است که مقاومت‌های R متناظر که روی هم قرار می‌گیرند، برابر $\frac{R}{2}$ می‌شوند. $(R \parallel R)$.



شکل (۱-۵۹) استفاده از تقارن! در مدار متقارن

و باز این مدار ساده و ساده‌تر می‌شود، به طوری که:



شکل (۱-۶۰) مدار ساده‌شده

$$i_1 = \frac{24}{2 + \frac{1}{2.5}} = 10 \text{ A}$$

$$i_2 = \frac{0.5}{2.5} \times i_1 = 2 \text{ A}$$

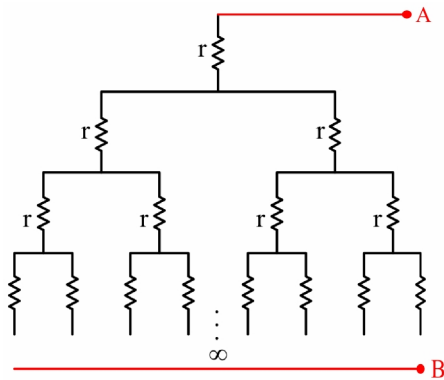
و داریم:



به عبارت دیگر، در هر مدار متقارن، می‌توان گره‌های هم‌پتانسیل را روی هم قرار داد؛ یعنی می‌توان مدار را روی محور تقارنش تا کرد و معمولاً این روش سریع‌تر ما را به پاسخ می‌رساند. در مجموع دیدید که توجه به تقارن، یک مدار شامل تعداد گره‌ها و مش‌های زیاد را با حداقل معادلات ممکن تحلیل می‌کند. فقط یادمان باشد که هنگام تا کردن مدار، کاری به عناصر روی محور تقارن نداریم؛ ولی سایر عناصر با جفت یکسان خود موازی می‌شوند؛ یعنی مقاومت‌ها و سلف‌ها نصف و خازن‌ها دو برابر شده و همین‌طور منابع جریان هم دو برابر می‌شوند اما منابع ولتاژ هیچ تغییری نمی‌کنند. این تا کردن کار خیلی خوبی است، دست کم کار ما را نصف می‌کند.



۱۲- مقاومت معادل در مدار زیر چقدر است؟

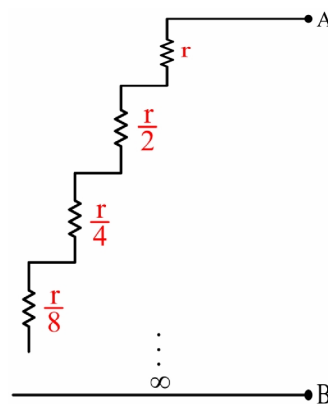


شکل (۶۱-۱) مدار تمرین ۱۲



باز مدار را روی محور وسطی (محور تقارنش) تا می‌کنیم. جالب اینکه باز یک مدار متقارن دیگر به وجود می‌آید و

همین‌طور تا بی‌نهایت، این عمل را تکرار می‌کنیم تا در نهایت به مدار زیر برسیم:



شکل (۶۲-۱) بی‌نهایت بار تا شده مدار تمرین ۱۲

و حالا به راحتی می‌گوییم:

$$R_{AB} = r + \frac{r}{2} + \frac{r}{4} + \frac{r}{8} + \dots = r \left(\frac{1}{1 - \frac{1}{2}} \right) = 2r$$

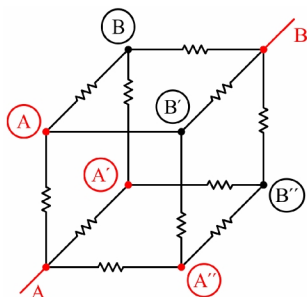
البته این مسئله را هم می‌توانستیم از تقسیم جریان در شاخه‌های محور تقارن حل کنیم.



همین طور است، ولی معمولاً قرار دادن گره‌های هم‌پتانسیل روی هم بهتر است. باز یک مثال دیگر:



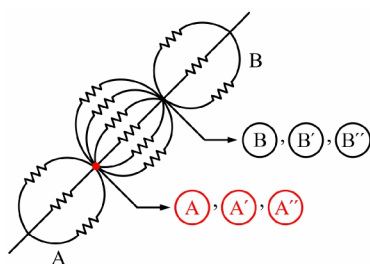
۱۳- مقاومت معادل پیدا کنید. (همه مقاومت‌ها برابر r است.)



شکل (۶۳-۱) مدار تمرین ۱۳

در ابتدا برای حل این مسئله هیچ‌گونه مقاومت سری یا موازی، در هیچ شرایطی دیده نمی‌شود، اما اگر دقت کنیم، گره‌های A ، A' ، و A'' با یکدیگر هم‌پتانسیل هستند؛ همچنین گره‌های B ، B' ، و B'' .

پس آن‌ها را روی هم قرار می‌دهیم. مدار به شکل زیر می‌شود:
(تجسم فضایی کنید!)



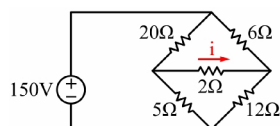
شکل (۶۴-۱) ساده شده مدار تمرین ۱۳



حال همچون نوشیدن آب گوارا می‌گوییم:

$$R_{AB} = \frac{r}{3} + \frac{r}{6} + \frac{r}{3} = \frac{5r}{6}$$

مسایل تکمیلی فصل اول

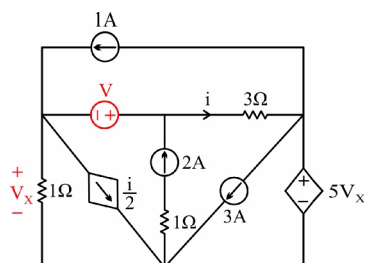


۱- در مدار شکل زیر جریان i را بیابید.

- (۱) 3
(۲) -3
(۳) +7
(۴) -7

(مهندسی برق ۷۳)

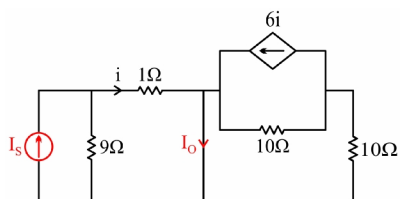
۲- در مدار شکل زیر مقدار V چقدر باشد تا $V_x = 0$ شود؟



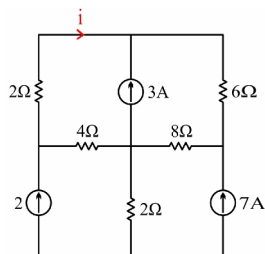
- (۱) 3
(۲) 6
(۳) 12
(۴) 18

(مهندسی برق ۷۵)

۳- در مدار زیر $\frac{I_o}{I_s}$ برابر است با:



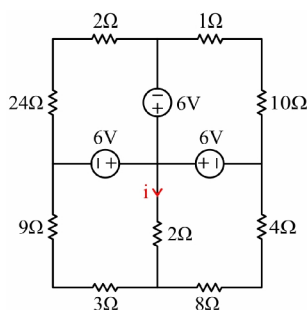
- (۱) -1.8
(۲) 0.9
(۳) 2.7
(۴) 3.6



۴- در مدار شکل زیر، جریان مقاومت 2Ω ، i را بیابید.

- (۱) -4.5 A
(۲) 4.5 A
(۳) -9 A
(۴) 9 A

۵- در مدار شکل زیر جریان i چقدر است؟



0.5 A (۱)

1 A (۲)

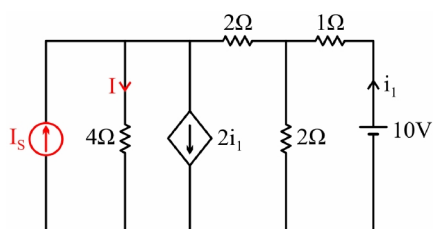
1.5 A (۳)

2 A (۴)

۶- در مدار شکل زیر، مقدار منبع I_s (برحسب آمپر) در صورتی که $I = 0$ باشد، کدام است؟



(مهندسی برق ۷۵)



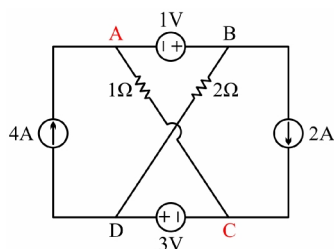
2.5 (۱)

7.5 (۲)

22.5 (۳)

27.5 (۴)

۷- ولتاژ V_{AC} در مدار شکل زیر چقدر است؟



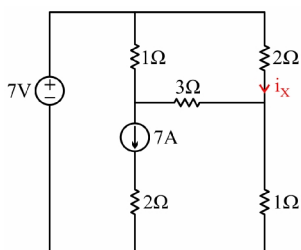
$\frac{16}{3}$ V (۲)

2 V (۱)

$\frac{14}{3}$ V (۴)

$\frac{8}{3}$ V (۳)

۸- در شکل زیر i_x کدام است؟



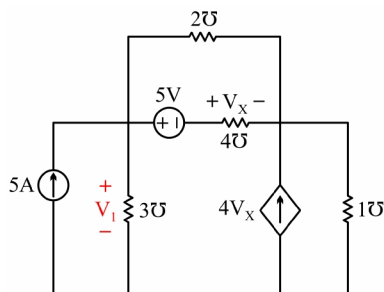
2 (۱)

2.5 (۲)

1.5 (۳)

1 (۴)

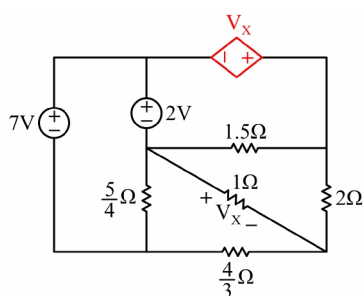
(مهندسی برق ۶۷)



۹- در مدار شکل زیر ولتاژ V_x را به دست آورید.



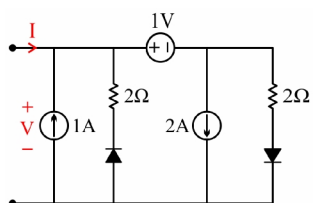
- (۱) $\frac{35}{39}$
- (۲) $\frac{14}{27}$
- (۳) $\frac{-14}{27}$
- (۴) $\frac{-35}{39}$



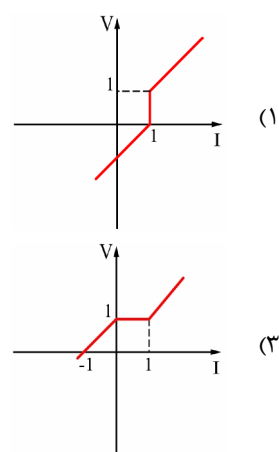
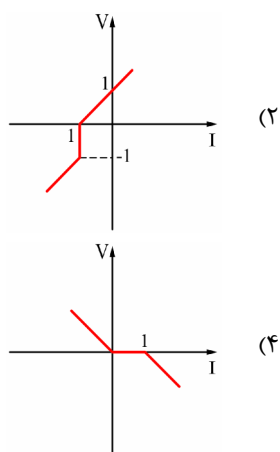
۱۰- در مدار شکل زیر، V_x چقدر است؟



- (۱) $-\frac{5}{6}V$
- (۲) $1V$
- (۳) $-\frac{11}{5}V$
- (۴) $5V$



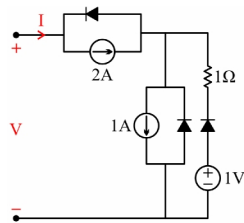
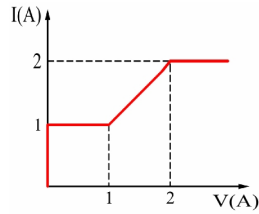
۱۱- مشخصه $V-I$ مدار شکل زیر کدام است؟



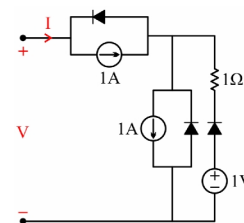


۱۲- مشخصه $I-V$ کدام یک قطبی، مطابق شکل زیر است؟

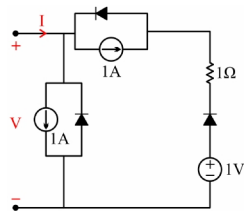
(مهندسی برق ۷۸)



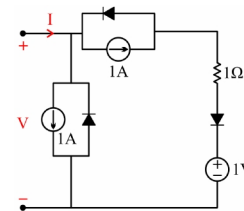
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)



۱۳- مشخصه $V-I$ یک مقاومت به صورت $V = 2I + e^{-t}I - \frac{1}{2}V \cos 2t$ است. این مقاومت کدام ویژگی را

(مهندسی برق ۷۸)

دارا نیست؟

(۴) تغییرپذیر با زمان

(۳) دوطرفه

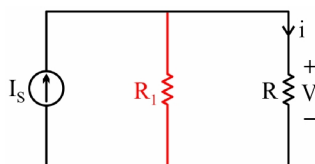
(۲) فعال

(۱) خطی



۱۴- مشخصه مقاومت غیرخطی R چنین است: $V = \frac{1}{2} - 2(i-1) + (i-1)^3$. مینیمم مقدار R_1 چقدر باشد تا

برای هر مقدار ممکن جریان I_s مدار زیر تنها دارای یک جواب باشد؟



(۱) 2Ω

(۲) $\frac{1}{2}\Omega$

(۳) مقدار R_1 را نمی توان تعیین کرد.

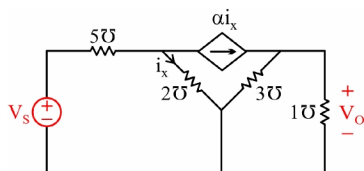
(۴) هیچ کدام

۱۵- در مدار شکل زیر مقاومت‌ها برحسب اهم داده شده‌اند. حداقل مقدار α که به ازای آن مدار برای



(مهندسی برق ۷۹)

خروجی V_o مانند یک تقویت‌کننده عمل می‌کند، چیست؟



(۱) 10

(۲) 12

(۳) 14

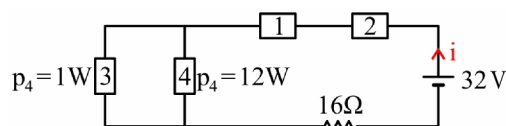
(۴) به علت وجود منبع وابسته این مدار همواره به عنوان

تقویت‌کننده عمل می‌کند.

۱۶- در مدار مقاومتی شکل زیر توان هریک از عناصر داده شده است. جریان i چقدر است؟



(مهندسی برق ۸۵)



(۲) 2A

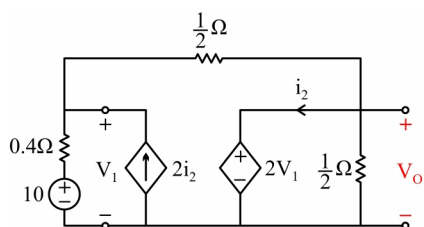
(۱) 1A

(۴) $\frac{1}{4}$ A

(۳) $\frac{1}{2}$ A

(مهندسی برق ۸۵)

۱۷- ولتاژ خروجی V_o در مدار شکل مقابل کدام است؟



(۱) 2

(۲) 4

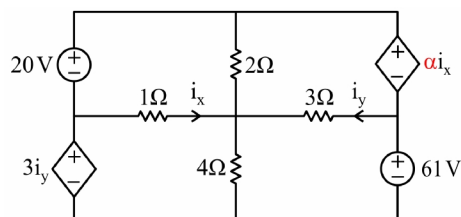
(۳) 6

(۴) 8

۱۸- به‌ازاء چه مقدار α مدار شکل زیر دارای جواب یکتا است؟ (مقاومت‌ها برحسب اهم هستند).



(مهندسی برق ۸۳)



(۱) $\frac{1}{2}$

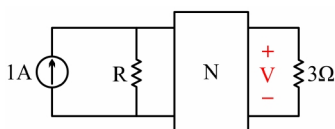
(۲) 2

(۳) 4

(۴) تمام مقادیر α



۱۹- در مدار زیر شبکه N متشکل از مقاومتهای خطی مثبت است. کدام یک از گزینه‌های زیر می‌تواند ولتاژ V را نشان دهد؟ ($R \geq 0$) (مهندسی برق ۸۳)



(۱) $\frac{2R}{R+1}$

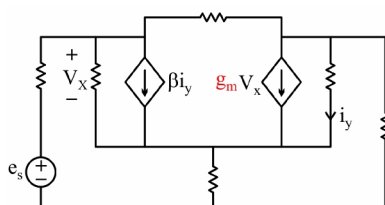
(۲) $\frac{2R+1}{R+1}$

(۳) $\frac{7R}{2R+3}$

(۴) $\frac{4R+1}{3R+1}$



۲۰- در مدار شکل زیر فرض کنید تمام مقاومتهای سه برابر شوند و مقدار β ثابت نگهداشته شود. مقدار g_m چگونه تغییر کند تا مقادیر ولتاژ شاخه‌ها تغییر نکند؟ (مهندسی برق ۸۵)



(۱) g_m تغییر نکند.

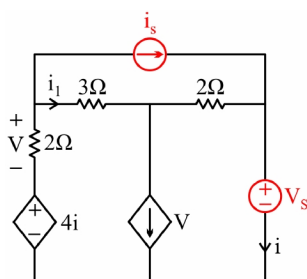
(۲) g_m در ۳ ضرب شود.

(۳) g_m در $\frac{1}{3}$ ضرب شود.

(۴) نمی‌توان بدون داشتن مقادیر مقاومتهای مدار اظهار نظر قاطع کرد.



۲۱- اگر در مدار شکل زیر $i = 2i_1$ باشد، مقدار $\frac{V_s}{i_s}$ برابر است با: (مهندسی برق ۸۷)



(۱) $-\frac{1}{3}$

(۲) $-\frac{1}{2}$

(۳) ۲

(۴) ۳

حل تشریحی

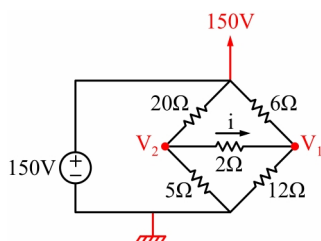
۱. گزینه ۴ درست است.



با دو سه تا KCL یا KVL جواب می‌ده.



و مجهول کدام روش کمتر است؟



چون منبع ولتاژ مستقل داریم، می‌توانیم یک سر آن را گره زمین در نظر

بگیریم و ولتاژ سر دیگر هم مشخص می‌شود و دو گره مجهول می‌ماند که دو KCL می‌زنیم و از ولتاژ گره‌ها جریان i به دست می‌آید.

$$\text{KCL در گره 1: } \frac{V_1 - 150}{6} + \frac{V_1 - V_2}{2} + \frac{V_1}{12} = 0$$

$$\Rightarrow V_1 = 72 \text{ V}, V_2 = 58 \text{ V} \Rightarrow i = \frac{V_2 - V_1}{2} = -7 \text{ A}$$

$$\text{KCL در گره 2: } \frac{V_2 - 150}{20} + \frac{V_2}{5} + \frac{V_2 - V_1}{2} = 0$$

۲. گزینه ۲ درست است.



در این گونه مسایل که یک مطلوب ($V_x = 0$) وجود دارد، باید این مطلوب را از ابتدای حل مسئله مفروض در نظر

گرفت. حالا ادامه دهید.



اگر یک KCL در گره مرکب شامل منبع ولتاژ V بنویسیم، i به دست می‌آید. بعد از در نظر گرفتن پایین مدار به

عنوان گره زمین داریم:

$$\text{KCL: } -1 + \frac{V_x}{1} + \frac{i}{2} + i - 2 = 0 \xrightarrow{V_x=0} i = 2A$$



دیگه حل شد، یک KVL هم در حلقه مستطیل شکل می‌نویسیم:

$$-V + 3i + 5V_x - V_x = 0 \xrightarrow[\substack{V_x=0 \\ i=2}]{} V = 6V$$

۲. گزینه ۴ درست است.



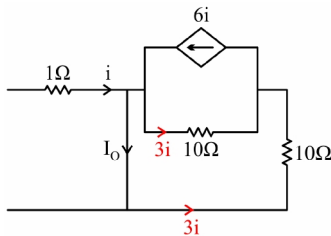
موازی بودن مقاومت‌های 10Ω با هم و 1Ω و 9Ω با هم کمک زیادی می‌کند. از تقسیم جریان بین مقاومت‌ها

$$i = \frac{9}{9+1} I_s = 0.9 I_s$$

جریان i بر حسب I_s را می‌یابیم:

به! مسئله تمام شد. چون شاخه‌ای که I_0 از آن می‌گذرد اتصال کوتاه است، همه i وارد این شاخه می‌شود پس $I_0 = i$ است و داریم:

$$I_0 = 0.9 I_s \Rightarrow \frac{I_0}{I_s} = 0.9$$



من استدلال آخر شما را قبول ندارم. خوب طرف راست مدار هم

همین را می‌گوید که به شاخه اتصال کوتاه برخوردیم و همه جریان را در آن می‌ریزم پس $I_0 \neq i$ است. برای به دست آوردن رابطه i و I_0 یک KCL می‌زنم با توجه به آنکه جریان‌های مقاومت‌های موازی 10Ω هر کدام $3i$ است.

$$-i + I_0 - 6i + 3i = 0 \Rightarrow I_0 = 4i \Rightarrow \frac{I_0}{I_s} = \frac{4i}{\frac{10}{9}i} = 3.6$$

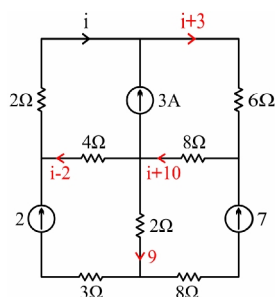
۴. گزینه ۱ درست است.



در نگاه اول چهار تا حلقه می‌بینیم که جریان دوتا شو داریم و تفاضل جریان‌های دو حلقه دیگر هم $3A$ می‌شود،

پس از روش مش استفاده می‌کنیم.

البته این راه خوبی برای امتحان دانشگاه است ولی برای کنکور از روش بهینه‌تری می‌توان استفاده کرد.



بله! با KCL بازی و KVL در حلقه خوب.



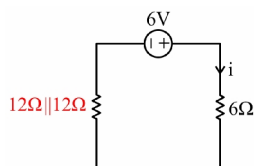
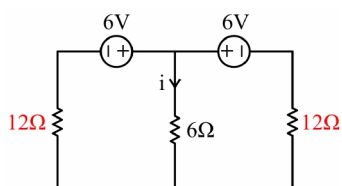
جریان مجهول را i در نظر می‌گیریم و شروع به KCL بازی می‌کنیم و بعد در مستطیل بالایی یک KVL می‌زنیم:
 $KVL: 2i + 6(i+3) + 8(i+10) + 4(i-2) = 0 \Rightarrow i = -4.5A$

۵. گزینه ۱ درست است.

مدار خیلی ساده می‌شود. گفتیم که هر چیزی جز اتصال کوتاه موازی



با منبع ولتاژ قابل حذف است، پس داریم:



و حالا مدار نسبت به مقاومت 6Ω متقارن است پس مدار را تا می‌کنیم



و داریم:

$$i = \frac{6}{6+6} = 0.5 A$$

مرحبا! از دو نکته خیلی مهم در مدار بهترین استفاده را کردید؛ موازی شدن منبع ولتاژ با قسمتی از مدار که به کار ما



نمی‌آید و تقارن مدار. البته می‌توانستید ساده‌تر از این‌ها هم استدلال کنید که دو مقاومت 12 اهم پایین مدار با هم موازی‌اند و

داخل هر کدام $\frac{i}{2}$ جریان وارد می‌شود و با یک KVL به $i = 0.5A$ می‌رسیدید.

۶. گزینه ۲ درست است.



استاد در همین چند مسئله قبل تذکر دادید که مطلوب مسئله یعنی $I = 0$ را از همان ابتدای حل لحاظ کنیم،

یعنی جریان مقاومت 4Ω صفر است. حالا که جریان مقاومت 4Ω صفر است اگر آن را از مدار پاک کنم، مشکلی پیش می‌آید؟



یکی از داده‌های خوب مسئله از بین می‌رود. با پاک کردن مقاومت، دیگر ولتاژ دو سر منبع جریان I_s مشخص نیست،

درحالی‌که می‌دانیم ولتاژ دو سر مقاومت 4Ω برابر $4 \times I = 0$ است. پس این شاخه هم مدار باز ($I = 0$) و هم اتصال کوتاه ($V = 0$) است.



اگر این شاخه اتصال کوتاه باشد، دو مقاومت 2Ω موازی می‌شوند.



مرحبا! تمام شد.



اجازه بدید باقی حل را من بگم. پس جریان i_1 به دست می‌آید:

$$i_1 = \frac{10}{1+2 \parallel 2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ A}$$

و جریان هر یک از مقاومت‌های 2Ω ، $\frac{i_1}{2}$ است.

حال یک KCL می‌زنیم:

$$-I_s + I + 2i_1 - \frac{i_1}{2} = 0 \xrightarrow{\substack{i_1=5 \\ I=0}} I_s = 7.5 \text{ A}$$

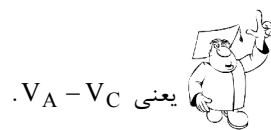
۷. گزینه ۱ درست است.



V_{AC} یعنی چی؟



درسته، حالا چه راه حلی پیشنهاد می‌کنید؟



یعنی $V_A - V_C$.

می‌گم زمین را نقطه C در نظر بگیریم تا از شر یک ولتاژ خلاص شیم.



پس داریم:

$$V_D = 3V$$

و با رابطه مستطیلیه V_B را هم برحسب V_A می‌نویسیم و تنها ولتاژ گره A مجهول می‌ماند:

$$V_B = V_A + 1$$

حالا یک KCL در گره مرکب شامل منبع ولتاژ 1V می‌زنیم و V_A به دست می‌آید:



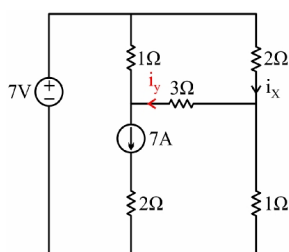
$$-4 + \frac{V_A}{1} + \frac{V_A + 1 - 3}{2} + 2 = 0 \Rightarrow V_A = 2V$$

۸. گزینه ۲ درست است.

تنها با متغیر i_x نمی‌توانیم KCL بازی کنیم ولی مثلاً اگر جریان مقاومت



3Ω را i_y در نظر بگیریم، داریم:



حالا دو تا KVL یکی در حلقه مستطیل شکل بزرگ و دیگری در حلقه مستطیل شکل کوچک بالایی می‌زنیم و دو مجهول را به دست می‌آوریم.

به نظر بعید می‌آید.



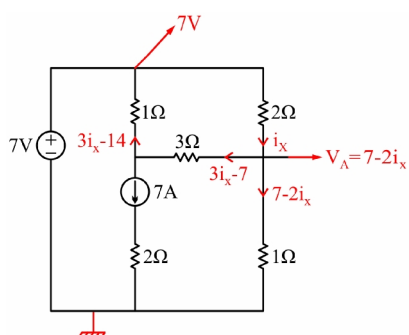
به نظرتون بدون در نظر گرفتن i_y هم مسئله قابل حله؟



یه ذره راه دور از ذهنی است. بگذارید راه دوم را من بگم:



اگر سر منفی منبع ولتاژ را زمین مدار در نظر بگیریم، ولتاژ سر دیگر هم مشخص می‌شود.



حالا کسی می‌تواند مقدار V_A را به من بگوید؟



با توجه به جریان i_x مشخص است:

$$V_A = 7 - 2i_x$$



حالا همه چیز برای KCL بازی و KVL در حلقه خوب مهیا است. برای جریان مقاومت 1Ω پایینی داریم:

$$I_{1\Omega} = \frac{V_A - 0}{1} = 7 - 2i_x$$

و با KCL بازی، جریان مقاومت‌های 3Ω و 1Ω بالا را هم به دست می‌آوریم و یک KVL در مستطیل بالایی می‌زنیم:

$$\text{KVL: } 2i_x + 3(3i_x - 7) + (3i_x - 14) = 0 \Rightarrow i_x = 2.5 \text{ A}$$

۹. گزینه ۱ درست است.



فکر کنم از یه جایی باید شروع کنیم به KCL یا KVL بازی کردن. به نظر KCL زدن در گره مرکب مناسب

باشد، چون جریان تمام شاخه‌های ورودی را می‌دانیم:

$$\text{KCL: } -5 + 3V_1 + 4V_x + 2(V_x + 5) = 0$$



$V_x + 5$ از کجا آمد؟



ولتاژ دو سر مقاومت با رسانایی $2S$ است، که با KVL زدن در شاخه موازی با آن به دست آمده است.



از رابطه قبل که نوشتید می‌توانید V_x را برحسب V_1 به دست آورید - همان رابطه مستطیلی خودمان - و در معادلات

آینده جایگذاری کنید.

$$V_x = \frac{-5 - 3V_1}{6} \quad (*)$$



حالا با KCL بازی جریان رسانایی 1Ω را به دست آورده و با یک KVL در حلقه بزرگ به معادله آخر می‌رسیم:

$$I_{1\Omega} = 4V_x + 4V_x + 2(5 + V_x) = 10V_x + 10$$

$$V_1 = 5 + V_x + 1(10V_x + 10) = 15 + 11V_x$$

با جایگذاری رابطه (*) در معادله بالا، V_1 به دست می‌آید:

$$V_1 = 15 + 11 \frac{-5 - 3V_1}{6} \Rightarrow V_1 = \frac{35}{39}$$

۱۰. گزینه ۲ درست است.

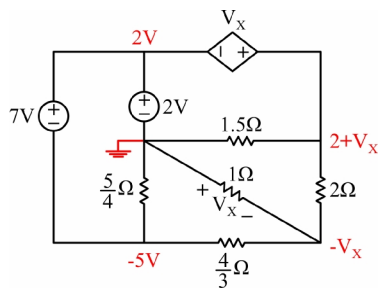


فکر کنیم اگر یک سر یکی از منابع ولتاژ را زمین بگیریم، ولتاژ گره‌های دیگر مشخص می‌شود و می‌توانیم در گره

مناسب KCL بنویسیم.



برخلاف اغلب مسائلی که حل کردیم اسم این روش می‌شود KVL بازی و KCL در گره خوب.



راه حل که مشخص شد، فکر نمی‌کنم حل کار مشکلی باشد،



اجازه بدهید من ادامه بدهم.

حال یک KCL در گره با ولتاژ $-V_x$ می‌نویسیم که منبع ولتاژی به آن نرسیده است:

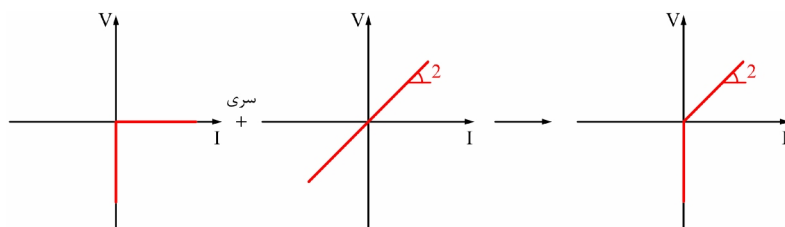
$$\frac{-V_x - (-5)}{\frac{4}{3}} + \frac{-V_x}{1} + \frac{-V_x - (2 + V_x)}{2} = 0 \Rightarrow V_x = 1$$

۱۱. گزینه ۱ درست است.

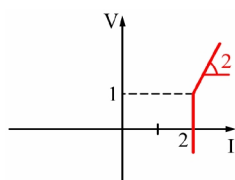


از یه گوشه مدار شروع می‌کنیم به رسم مشخصه $V-I$ یک عنصر و سری و موازی کردن آن با عناصر دیگر.

مثلاً از دیود و مقاومت سمت راست شروع می‌کنیم که دورترین عناصر به $V-I$ اصلی دو سر مدار هستند.



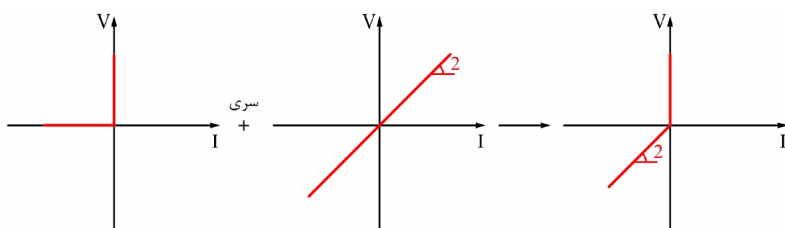
و منبع جریان $2A$ ، I را دو تا زیاد و منبع ولتاژ $1V$ ، V را یکی زیاد می‌کند و داریم:



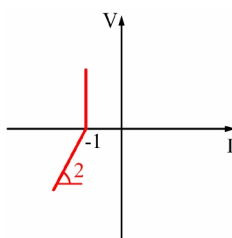
و حالا ...



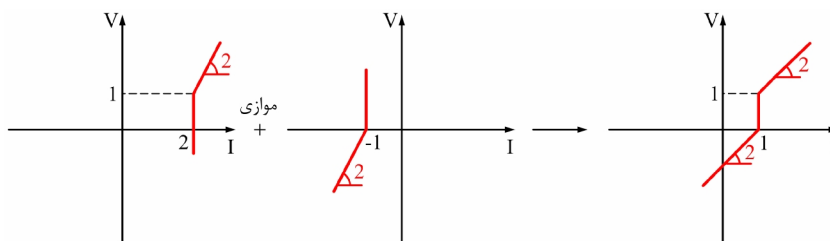
و حالا باید مشخصه قسمت سمت چپی را هم رسم کنیم که با قسمت قبلی موازی می‌شود.



و منبع جریان $1A$ از I ، یکی کم می‌کند و داریم:



حال نوبت موازی کردن دو مشخصه است در حالی که V برابر دارند I ها جمع می‌شوند. به قول استاد که سر کلاس می‌گفتند سرتون رو بچرخونید و از بغل به نمودارها نگاه کنید و بعد محورهای I رو با هم جمع کنید.



بنابراین گزینه ۱ درست است.



آفرین! حالا که در این مبحث تبخّر لازم را کسب کرده‌اید باید راحت‌تر مدارها را تحلیل کنید. نگاهی به گزینه‌ها بیندازید و محدوده‌ای را انتخاب کنید که بین گزینه‌ها متفاوت باشد و بعد به بررسی آن بپردازید. مثلاً محدوده $0 < V < 1$ را بررسی کنید.



چه جالب هر دو دیود موجود در مدار خاموش می‌شوند و دو منبع جریان با هم موازی می‌شوند و $I = 1$ خواهد بود.

چه ساده به گزینه ۱ رسیدیم.

۱۲. گزینه ۳ درست است.



به نظر کشیدن مشخصه $V - I$ هر چهار گزینه کار عاقلانه‌ای نیست، می‌توان از رد گزینه‌ها استفاده کرد.



حتماً، خُب از کدام گزینه شروع می‌کنید؟



گزینه ۱ مطمئناً نادرست است چون اگر دیودها را به ترتیب از چپ به راست شماره‌گذاری کنیم، اگر D_1 خاموش

باشد $I = 1$ است و اگر روشن باشد، جریانی از آند به سمت کاتدش برقرار می‌شود و $I < 1$ می‌شود و هیچ‌گاه I بزرگتر از ۱ نمی‌شود. ولی در مورد باقی گزینه‌ها ... ؟



من هم از صحبت شما ایده می‌گیرم و ادامه می‌دهم. در گزینه ۲ هم اگر D_1 خاموش باشد $I = 2$ و اگر روشن باشد،

V کل مدار دو سر شاخه‌های موازی مدار می‌افتد که چون ولتاژ در نمودار مثبت است پس D_2 خاموش است و $1A$ از جریان کل از منبع جریان عمودی تأمین می‌شود. ولی شاخه دیگر هیچ‌گاه نمی‌تواند جریانی رو به پایین داشته باشد و I را از $1A$ افزایش دهد، چون D_3 یا خاموش است و بدون جریان یا روشن و با جریانی رو به بالا. پس گزینه ۲ هم نادرست است. برای گزینه ۴ هم استدلالی مشابه گزینه ۲ وجود دارد که ولتاژ مثبتی دو سر D_2 وجود دارد و آن را خاموش می‌کند و $1A$ از جریان کل توسط منبع جریان عمودی تأمین می‌شود. باز هم استدلال می‌کنیم که شاخه دیگر نمی‌تواند جریانی رو به بالا داشته باشد و مقداری را به این $1A$ اضافه کند. پس گزینه ۴ هم اشتباه است.

۱۳. گزینه ۲ درست است.



مطمئنأً تغییرپذیر با زمان که هست، از وارد شدن t در مشخصه $V-I$ متوجه می‌شویم، ولی شکل عجیب غریبی

دارد و به نظر خطی نمی‌آید.



بگذارید اول مشخصه را جمع و جورتر بنویسیم:

$$V = \frac{2 + e^{-t}}{1 + \frac{1}{2} \cos 2t} I$$

شیب مشخصه $V-I$ با زمان تغییر می‌کند ولی به هر حال در هر لحظه مشخصه $V-I$ به صورت یک خط است.

مثال‌هایی از مشخصه غیرخطی به صورت زیر است:

$$V = I^2, \quad V = e^{-I}$$



حالا متوجه شدم، ولی بررسی مفهوم دو طرفه بودن را هم نمی‌فهمم. چه‌طور از رابطه V و I آن را تحلیل کنم؟



دوطرفه بودن یعنی اینکه اگر پلاریته ولتاژ دو سر یک المان را عوض کنید جهت جریان آن هم عکس بشود ولی

مقدار جریان تغییری نکند که در اینجا این‌گونه است. اگر V را منفی کنید I هم منفی می‌شود و تغییر دیگری نمی‌کند ولی به طور مثال دیود یک المان یک‌طرفه است. با اعمال یک ولتاژ روشن است و جریان دارد و با قرینه آن ولتاژ خاموش است و جریان ندارد. پس حتماً گزینه ۲ درست است. علت را می‌توانید بگویید؟



فعال بودن یعنی توان منفی داشتن و توان تولید کردن که برای این مقاومت داریم:

$$P = VI = \frac{2 + e^{-t}}{1 + \frac{1}{2} \cos 2t} I^2$$

پس برای فعال بودن باید شیب خط $V-I$ ، که اسمش را مقاومت هم می‌توانیم بگذاریم، منفی باشد که در اینجا شرط برقرار نشده است، بنابراین گزینه ۲ درست است.

۱۴. گزینه ۱ درست است.



این سؤال بیشتر یک سؤال ریاضی است تا یک سؤال مدار. بگذارید ایده کار را بدهم و شما حل کنید. مشخصه $V-I$

داده شده برای R غیرخطی، یک تابع درجه سوم است با یک نقطه عطف و مشخصه $V-I$ سمت چپ مدار یک خط است:

$$i = I_s - \frac{V}{R_1} \Rightarrow V = R_1 I_s - R_1 i$$

طبق خواسته مسئله این دو مشخصه باید تنها یک نقطه قطع داشته باشند، درحالی که با عوض شدن عرض از مبدأ خط راست با تغییر I_s ، که هر مقداری می تواند داشته باشد، ممکن است این خط مابین نقاط اکسترمم تابع درجه سوم قرار گیرد و مدار سه جواب داشته باشد. برای پرهیز از این مشکل، باید شیب خط راست را بزرگتر از شیب منحنی در نقطه عطف قرار دهیم.



پس باید اول شیب خط مماس در نقطه عطف مشخصه $V-I$ مقاومت غیرخطی را به دست آوریم:

$$V = \frac{1}{2} - 2(i-1) + (i-1)^3$$

$$V' = -2 + 3(i-1)^2$$

$$V'' = 6(i-1) = 0 \Rightarrow i = 1$$

$$V'(1) = -2 + 3(0) = -2$$

و بعد شرطی را که استاد فرمودند، برقرار کنیم:

$$|-2| < |-R_1| \Rightarrow R_1 > 2$$

۱۵. گزینه ۳ درست است.

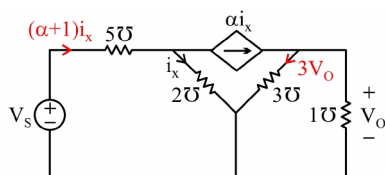


به عنوان تقویت کننده عمل کند، یعنی چی؟



یعنی نسبت V_o به V_s بزرگتر از 1 باشد:

$$\frac{V_o}{V_s} > 1$$



اجازه دهید من ادامه بدهم. مسئله، زیادی آسان است. فقط



یک ذره KCL و KVL ساده نیاز دارد.

با KCL بازی جریان مقاومت‌ها با رسانایی $3S$ و $5S$ را پیدا می‌کنیم و با دو KVL، رابطه V_o و V_s با i_x را پیدا می‌کنیم.

$$\left. \begin{aligned} \text{KVL: } V_s &= \frac{(\alpha + 1)i_x}{5} + \frac{i_x}{2} \\ \text{KVL: } V_o &= \frac{(\alpha i_x - V_o)}{3} \Rightarrow V_o = \frac{\alpha i_x}{4} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{V_o}{V_s} = \frac{\alpha}{4} \cdot \frac{1}{\frac{1}{5}(\alpha + 1) + \frac{1}{2}} > 1 \Rightarrow \alpha > 14$$

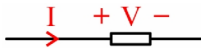
۱۶. گزینه ۱ درست است.



لابد از قضیه تلگان باید استفاده کنیم.



و جهت و پلاریته استاندارد جریان و ولتاژ را هم فراموش نکنیم.



در فرمول کلی توان، $P = VI$ ، جریانی را که به قطب مثبت ولتاژ هر المانی وارد می‌شود را باید در نظر گرفت، پس داریم:

$$\sum_{i=1}^6 P_i = 0 \Rightarrow 6 - 3 + 1 + 12 + 16i^2 - 32i = 0 \Rightarrow i^2 - 2i + 1 = 0 \Rightarrow (i - 1)^2 = 0 \Rightarrow i = 1A$$

۱۷. گزینه ۲ درست است.



در این مدار، هم منبع و متغیر ولتاژ وجود دارد و هم منبع و متغیر جریان، پس می‌توانید به دلخواه یکی از دو روش

را انتخاب کنید، KCL بازی و KVL زدن یا KVL بازی و KCL زدن.



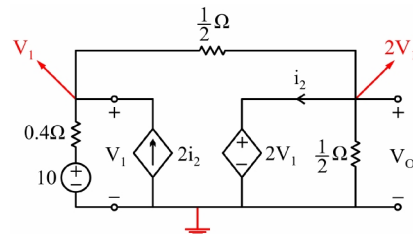
$V_o = 2V_1$ و اگر V_1 را پیدا کنیم، تمام است.



پس دو متغیر V_1 و i_2 می‌ماند و دو معادله برای یافتن آن‌ها لازم داریم، شروع کنیم KVL بازی و بعد KCL

بزنیم، اول در گره سمت چپ:

$$\text{KCL: } 2i_2 = \frac{V_1 - 2V_1}{\frac{1}{2}} + \frac{V_1 - 10}{0.4} \Rightarrow i_2 = \frac{1}{4}V_1 - \frac{25}{2}$$



حال در KCL گره سمت راست به جای i_2 معادله اخیر را جایگزین خواهیم کرد.

$$i_2 + \frac{2V_1}{\frac{1}{2}} + \frac{2V_1 - V_1}{\frac{1}{2}} = 0 \Rightarrow \frac{1}{4}V_1 - \frac{25}{2} + 6V_1 = 0 \Rightarrow V_1 = 2 \Rightarrow V_o = 2V_1 = 4$$

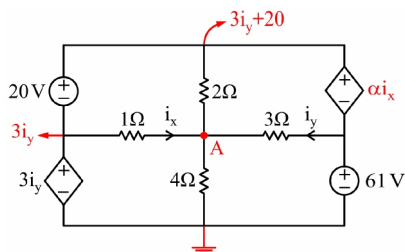
۱۸. گزینه ۲ درست است.



سه مجهول i_x ، i_y و α وجود دارد، یعنی باید سه معادله سه مجهول حل کنیم!



یا اول از دو معادله دومجهول i_x و i_y را بدون دخالت α پیدا کنیم و در معادله دیگری α را دخالت دهیم.



پس با وجود تعداد زیاد منابع ولتاژ شروع به KVL بازی می کنیم.

$$\left. \begin{aligned} V_A &= 3i_y - i_x = 61 - 3i_y \\ \text{KCL در گره A} &= -i_x - i_y + \frac{3i_y - i_x}{4} + \frac{3i_y - i_x - (3i_y + 20)}{2} = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow i_x = -7, i_y = 9$$



و حالا مثلاً با یک KVL منبع αi_x را هم دخالت می دهیم:

$$3i_y + 20 = 61 + \alpha i_x \Rightarrow \alpha = 2$$

۱۹. گزینه ۱ درست است.



اگر $R = 0$ باشد کل منبع 1A وارد اتصال کوتاه می شود و $V = 0$ خواهد بود یعنی گزینه ۱ یا ۳ درست خواهد بود.



و اگر بخواهیم V ماکزیمم بشود باید بیشترین جریان به مقاومت 3Ω برسد، یعنی R بی نهایت باشد تا جریان نکشد

آن وقت گزینه های ۱ و ۳ به ترتیب ۲ و $3.5 = \frac{7}{2}$ می شوند.



با منبع جریان 1A که ولتاژ مقاومت 3Ω نمی تواند 3.5 ولت باشد.

۲۰. گزینه ۳ درست است.



اگر قرار است ولتاژ شاخه ها تغییر نکند و مقاومت ها سه برابر شود، پس جریان شاخه های مقاومتی تقسیم بر 3

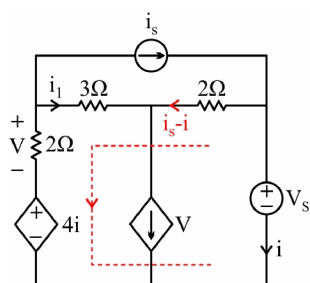
می شود، حالا اگر در سر بالایی منبع جریان وابسته $g_m V_x$ ، بزنیم، چون مقدار V_x نسبت به حالت اول تغییر نکرده

است و جریان سه شاخه دیگر $\frac{1}{3}$ برابر شده اند پس g_m هم باید $\frac{1}{3}$ برابر شود تا معادله درست باشد.

۲۱. گزینه ۴ درست است.



KCL بازی می کنیم و بعد برای به دست آوردن V_s ، KVL بزنیم.



$$V_s = 2(i_s - i) - 3i_1 + V + 4i$$



حالا به جای i ، $2i_1$ را جایگزین می کنیم.

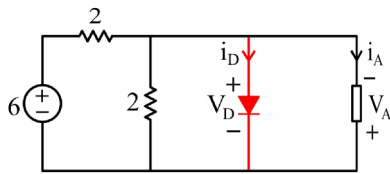
$$V_s = 2i_s + V + i_1$$

و برای به دست آوردن V در گره وسط KCL بزنیم:

$$V = i_1 + i_s - i = i_s - i_1 \Rightarrow V_s = 2i_s + i_s - i_1 + i_1 = 3i_s \Rightarrow \frac{V_s}{i_s} = 3$$

خودآزمایی فصل اول

۱. در مدار شکل زیر توان مصرفی دیود چند وات است؟

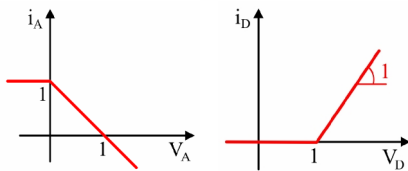


(۲) $\frac{3}{4}$

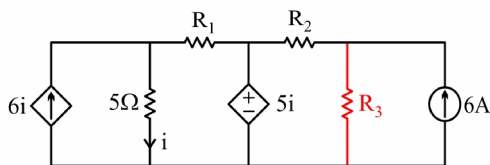
(۱) $\frac{9}{4}$

(۴) 0

(۳) $\frac{3}{2}$



۲. در شکل زیر رابطه $R_3 = \frac{R_2}{2} = \frac{R_1}{3}$ برقرار است و $R_1 > 0$ است جریان مقاومت R_3 کدام است؟



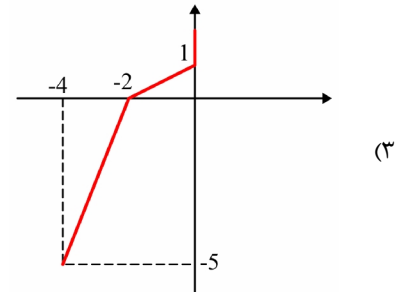
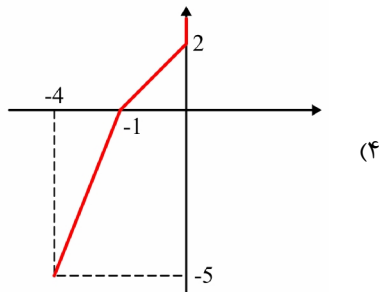
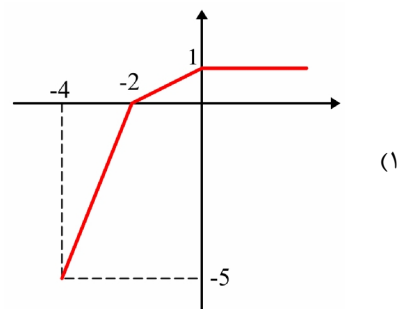
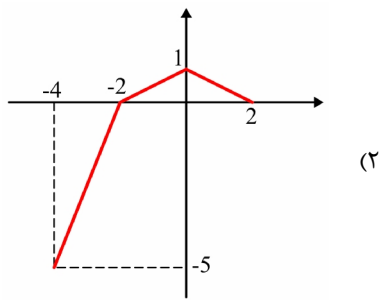
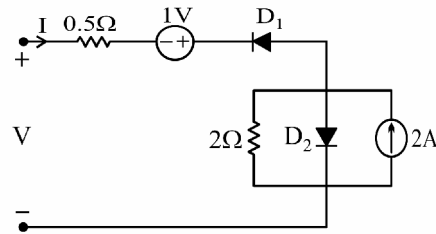
(۱) 2A

(۲) صفر

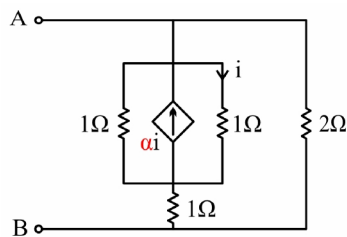
(۳) 4A

(۴) بستگی به مقدار مقاومت‌های R_1 , R_2 , R_3 دارد.

۳. مشخصه $V-I$ مدار زیر کدام است؟



۴. α چقدر باشد تا مدار زیر اکتیو گردد؟



(۱) $\frac{7}{3} < \alpha < 3$

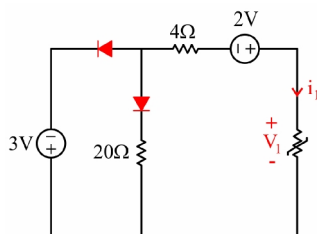
(۲) $2 < \alpha < 3$

(۳) $\frac{7}{3} < \alpha < 4$

(۴) $2 < \alpha < 4$

۵. مقاومت غیرخطی نشان داده شده در شکل با رابطه خطی تکه‌ای زیر توصیف می‌شود جریان i_1 و ولتاژ V_1 به

$$i_1 = -6 + 4V_1 - 2|V_1 + 1| + |V_1 - 8| \quad (\text{دیودها ایده آل فرض شده‌اند.})$$



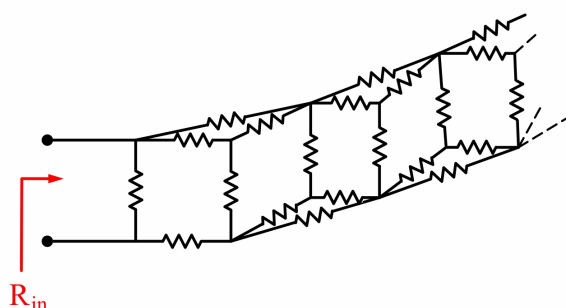
(۱) $-\frac{1}{5}, \frac{3}{5}$

(۲) $-\frac{1}{5}, -\frac{1}{5}$

(۳) $\frac{1}{5}, \frac{3}{5}$

(۴) $-\frac{2}{5}, \frac{2}{5}$

۶. در مدار داده شده به ازای حالتی که همه مقاومت‌ها برابر 3Ω باشند، R_{in} برابر است با:



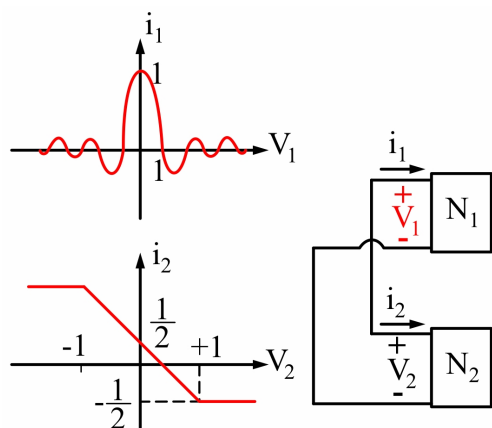
$$2 - \sqrt{2} \quad (۱)$$

$$2\sqrt{3} - 4 \quad (۲)$$

$$2 \quad (۳)$$

$$\text{هیچ کدام} \quad (۴)$$

۷. در شبکه N_1 و N_2 با مشخصه ولتاژ - جریان نشان داده شده به یکدیگر مطابق شکل وصل شده‌اند، در این صورت ریشه‌های کدام یک از معادلات داده شده مقدار ولتاژ V_1 را نشان می‌دهد؟



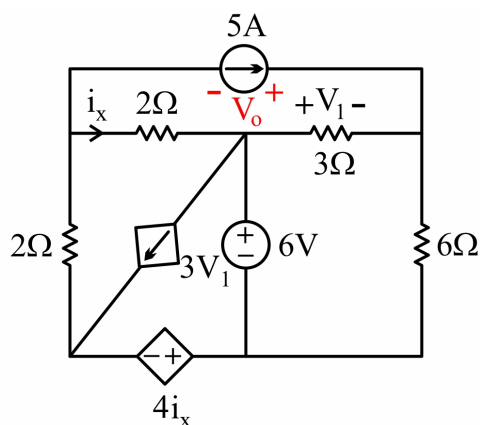
$$\pi V_1^2 - \frac{\pi V_1}{2} = \sin \pi V_1 \quad (۱)$$

$$-\frac{\pi V_1^2}{2} + \frac{\pi V_1}{4} = \sin \pi V_1 \quad (۲)$$

$$-\pi V_1^2 + \frac{\pi V_1}{2} = \sin \pi V_1 \quad (۳)$$

$$\frac{\pi V_1^2}{2} - \frac{\pi V_1}{4} = \sin \pi V_1 \quad (۴)$$

۸. در مدار شکل زیر ولتاژ دو سر منبع جریان مستقل ۵ آمپری (V_o) چند ولت است؟



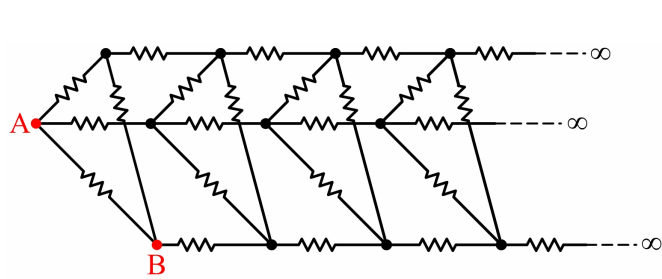
$$8 \quad (۱)$$

$$28 \quad (۲)$$

$$12 \quad (۳)$$

$$10 \quad (۴)$$

۹. مقاومت معادل دیده شده از دو سر AB چقدر است؟ (کلیه مقاومتها یک اهمی هستند.)



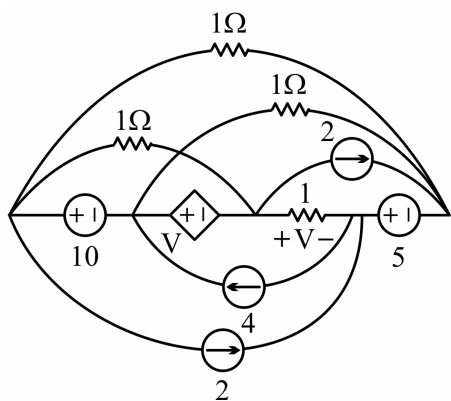
(۱) $\frac{1}{6}(\Omega)$

(۲) $\frac{1}{3}(\Omega)$

(۳) $\frac{1}{2}(\Omega)$

(۴) $1(\Omega)$

۱۰. در مدار غیر صفحه‌ای شکل زیر، ولتاژ V را بیابید.



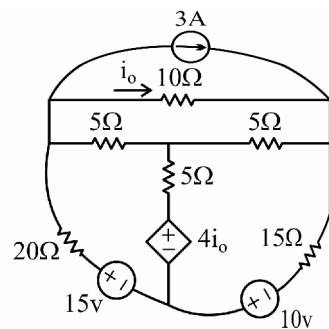
(۱) -4

(۲) 4

(۳) 2

(۴) 0

۱۱. در مدار داده شده، مقدار i_o کدام است؟ (مقادیر بر حسب آمپر هستند.)



(۱) 1

(۲) -1

(۳) 2

(۴) -2

فصل ۲ مدارهای معادل

مقدمه



از دوران کودکی معادل سازی در اکثر درس ها و کارهایمان کاربرد داشته است؛ و تا لحظه های آخر عمر هم این چنین

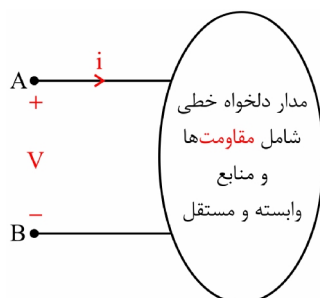
خواهد بود. وقتی معلم ریاضی مان یک فرمول بزرگ را می داد و جواب آخر می شد "0" چه کیفی داشت؛ در اینجا هم داستان معادل سازی وجود دارد؛ یک مدار مفصل شامل یک عالمه مقاومت و منبع مستقل و وابسته و... آنقدر کوچک می شود که نگوی و نپرس! فقط می ماند یک مقاومت و یک منبع مستقل! این نوع نگاه در ساده سازی تحلیل مدارها نقش زیادی دارد: یک مثال کوچک می زنیم: مطمئناً شما هم قبول دارید که سیستم تلویزیون یک مدار بسیار پیچیده است؛ اما از دو پورت که آنتن به آن وصل می شود، کل این سیستم تلویزیون پیچیده مثلاً معادل با یک مقاومت 75Ω است. (و یا شاید 50Ω) انصافاً این نگاه چقدر کار آقای آنتن را ساده می کند! یعنی جناب آنتن به جای آنکه فکر کند با یک موجود عجیب و پیچیده سروکار دارد؛ فرض می کند که فقط به یک مقاومت بسیار ساده معمولی وصل شده است! این معادل سازی زندگی مداری ما را ساده خواهد کرد! بنابراین تا جلسه آخر با آن سروکار خواهیم داشت.

۱-۲ مفهوم



برای درک مفهوم مدارهای معادل، ابتدا فرض کنید درون

یک جعبه سیاه! یک مدار دلخواه خطی شامل مقاومت ها و منابع وابسته و مستقل (وابسته) در اختیار داریم، به این صورت:



شکل (۱-۲) یک مدار خطی مقاومتی از دو سر AB

رابطه ولتاژ و جریان در این شبکه به صورت زیر است:

$$V = \alpha i + \beta$$

(۱-۲)

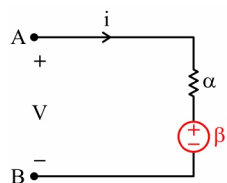
زیرا این مدار، خطی است.



اصلاً شرط خطی بودن مدار آن است که بتوانیم رابطه بین ولتاژ و جریان آن را به صورت رابطه بالا بنویسیم. حال اگر کسی

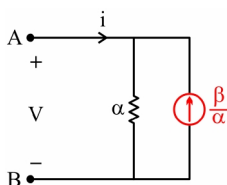
از احوالات و مدارات درون جعبه سیاه از ما بپرسد چیزی نمی‌دانیم؛ اما آیا با داشتن رابطه بین ولتاژ و جریان هیچ نمی‌توان گفت؟

۲-۲ معادل‌های تونن و نورتن



به نظر من، مدار زیر معادل با مدار شکل (۱-۲) است، چراکه اگر برای این مدار KVL بزنیم، به رابطه (۱-۲) می‌رسیم. این مدار به نام آقای تونن ثبت شده است.

شکل (۲-۲) مدار معادل تونن



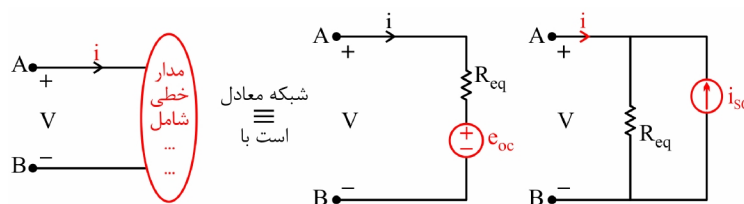
و یک مدار معادل دیگر، به نام دوست آقای تونن، یعنی آقای نورتن به

صورت زیر است:

شکل (۳-۲) مدار معادل نورتن

در اینجا نیز با KCL در گره A به معادله (۱-۲) دسترسی پیدا می‌کنیم.

پس برای هر مدار خطی، یک مدار معادل تونن داریم و یک مدار معادل نورتن؛ برای نام‌گذاری با مستماتر، α را با R_{eq} یا R_{th} یا R_N نشان می‌دهیم و مقدار منبع ولتاژ را با e_{oc} (یعنی ولتاژ مدار باز) یا V_{th} و مقدار منبع جریان را با i_{sc} (یعنی جریان اتصال کوتاه) یا i_N مشخص می‌کنیم، به طور خلاصه:



شکل (۴-۲) مدار خطی و معادل‌هایش (تونن و نورتن)

حال برویم سراغ روش‌های یافتن مدار معادل...

راستش را بخواهید در خلال حرف‌هایم یک روش برای یافتن مدار معادل گفته‌ام! چه روشی؟



اینکه اگر بتوانیم برای ولتاژ و جریان مدار رابطه‌ای خطی به صورت زیر بنویسیم:

$$V = \alpha i + \beta$$

(۱-۲)



شیب خط برابر مقاومت معادل (R_{eq}) و عرض از مبدأ برابر ولتاژ مدار باز (e_{oc}) می‌شود، و برای رسیدن به این

رابطه، بهترین راه، KCL بازی و سپس KVL در حلقه‌های خاص برای حذف جریان‌های اضافی و نهایتاً KVL در حلقه ورودی است و البته KVL بازی و سپس KCL در گره خوب نیز کار بسیار پسندیده‌ای است. تا جایی که می‌توانید، از این کارها بکنید.



و با داشتن α و β برای i_{sc} چه باید کرد؟



سؤال بسیار خوبی است، چراکه به بهانه این سؤال یک رابطه کلی بیان می‌شود. بین مقادیر e_{oc} و i_{sc} و R_{eq}

رابطه زیر برقرار است:

$$e_{oc} = R_{eq} \times i_{sc} = \beta$$

(۲-۲)

$$i_{sc} = \frac{e_{oc}}{R_{eq}} = \frac{\beta}{\alpha}$$

(۳-۲)



به عبارت دیگر به کمک رابطه (۳-۲) تبدیل مدار معادل تونن و نورتن به یکدیگر کار بسیار ساده‌ای است.



و بیش از ساده بودن، کار بسیار مفیدی است. (در ساده‌سازی مدارها)

حال کمی بیشتر در مورد e_{oc} و i_{sc} گفتگو می‌کنیم.

e_{oc} یعنی ولتاژ مدار باز؛ از همین نام معلوم است که برای دسترسی به آن باید دو سر AB را باز کرد (یعنی $i = 0$) و سپس با تحلیل مدار ولتاژ دو سر A و B را به دست آورد، آن‌گاه:

$$V_{AB} = e_{oc}$$

(۴-۲)

حالا پیشنهاد شما برای i_{sc} چیست؟



دو سر AB را اتصال کوتاه می‌کنیم، جریان گذرنده از A به B برابر مقدار i_{sc} است یعنی:

$$i_{AB} = i_{sc}$$

(۵-۲)

۳-۲ مقاومت معادل



R_{eq} همان مقاومت معادل دیده‌شده از دو سر AB است و برای به دست آوردن آن می‌توان از روش‌های مختلفی

استفاده کرد. پیشنهاد اول را ارائه دهید.



ابتدا دو سر AB را باز کرده، مدار را تحلیل می‌کنیم تا e_{oc} به دست آید و سپس دو سر AB را اتصال کوتاه

می‌کنیم، جریان گذرنده از A به B برابر i_{sc} است و نهایتاً به کمک رابطه (۲-۲) داریم:

$$R_{eq} = \frac{e_{oc}}{i_{sc}}$$

(۶-۲)



کاملاً درست است، اما این روش در شرایط عادی روش عاقلانه‌ای نیست. چرا؟



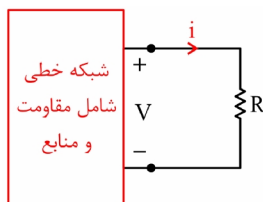
زیرا در این روش برای محاسبه e_{oc} و i_{sc} باید دو مدار جداگانه را تحلیل کرد. دو مداری که در یکی مدار باز

است و در دیگری AB، اتصال کوتاه است.



مرحبا! و تحلیل این دو مدار کاملاً متفاوت است؛ چراکه این دو مدار هیچ ربطی به هم ندارند!

البته گاهی استفاده از این روش، بهترین راه است. دقت کنید!



شکل (۵-۲) مدار تمرین ۱

۱- در مدار مقابل وقتی $R \rightarrow \infty$ ، ولتاژ V برابر ۳ ولت است و وقتی $R \rightarrow 0$ ، جریان عبوری i برابر ۳ آمپر است. به ازای $R = 2 \Omega$ ، جریان عبوری از مقاومت، کدام گزینه است؟

۱) ۱ A

۲) ۱.۵ A

۳) ۲ A

۴) ۲.۵ A





اینجا پیشنهاد من بهترین راه است! چون از صورت سؤال پیداست که:

$$\left. \begin{array}{l} R \rightarrow \infty \\ V = 3V \end{array} \right\} \Rightarrow e_{oc} = 3V$$

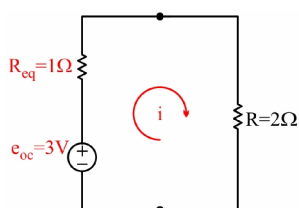
$$\left. \begin{array}{l} R \rightarrow 0 \\ i = 3A \end{array} \right\} \Rightarrow i_{sc} = 3A$$

و بنابراین:

$$R_{eq} = \frac{e_{oc}}{i_{sc}} = 1\Omega$$



یعنی مدار به این شکل تبدیل می‌شود:



و داریم:

شکل (۶-۲) ساده شده مدار تمرین ۱

$$i = \frac{3}{1+2} = 1A$$

بنابراین گزینه ۱ درست است.

قبل از آنکه روش دوم را بگویم یک نکته جالب قابل ذکر است و آن این است که، مقدار منابع مستقل، روی R_{eq} تأثیری ندارد. یعنی اگر در مدار یک منبع ولتاژ 5 ولتی داشته باشیم و آن را به منبع ولتاژ 10 ولتی تبدیل کنیم، در مقدار R_{eq} هیچ تأثیری ندارد؛ همین‌طور در مورد منبع جریان نیز، مقدارش در R_{eq} تأثیری ندارد. نتیجه‌اش را شما بگویید.



یعنی برای به دست آوردن R_{eq} می‌توان آن‌ها را صفر کرد.

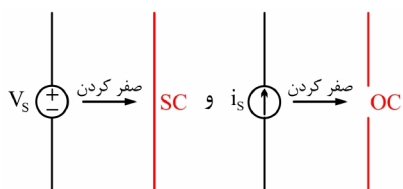


و صفر کردن منابع مستقل یعنی چه؟



صفر کردن منبع ولتاژ، یعنی صفر کردن ولتاژش، یعنی به جای

آن اتصال کوتاه بگذاریم و صفر کردن منبع جریان، یعنی صفر کردن جریانش، یعنی به جای آن مدار باز بگذاریم.



شکل (۷-۲) صفر کردن منابع مستقل

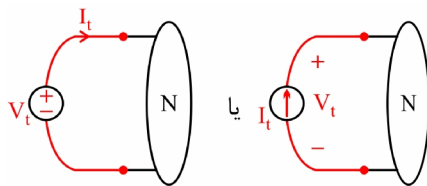


پس برای به دست آوردن R_{eq} می‌توانیم در ابتدا منابع مستقل را صفر کنیم (فقط یادتان باشد که گفته شد صفر

کردن منابع مستقل، و نه منابع وابسته) و سپس سراغ روش دوم برای به دست آوردن R_{eq} برویم.

و روش دوم به این صورت است که در دو سر AB یک منبع جریان تست (I_t) می‌گذاریم و با تحلیل مدار ولتاژ دو سرش را محاسبه می‌کنیم (V_t)، آن‌گاه می‌گوییم:

$$R_{eq} = \frac{V_t}{I_t} \quad (7-2)$$



و یا بالعکس در دو سر AB یک منبع ولتاژ تست می‌گذاریم (V_t) و جریان عبوری از آن را حساب می‌کنیم (I_t) و باز همان رابطه (۷-۲)

شکل (۸-۲) روش‌های مرسوم برای دسترسی به R_{eq}

مزیت این روش به روش قبلی آن است که:



یکبار مدار را تحلیل می‌کنیم. (به عبارت دیگر یک مدار را تحلیل می‌کنیم.)



حال سؤالی مطرح می‌شود و آن اینکه کدامیک از روش‌های الف یا ب مناسب‌تر است؟ البته واضح است که کلمات

ابتدایی پاسخ شما آن است که «بستگی دارد!»

اما نیاز به توضیح دارد؛

در مدارهای با گره کمتر که روش KCL بهتر است، استفاده از منبع جریان و سپس یافتن V_t معقول‌تر است و در مدارهای با تعداد حلقه کمتر که روش KVL توصیه می‌شود، استفاده از منبع ولتاژ و سپس محاسبه I_t بهتر است. البته باید این‌گونه مهارت‌ها را در حل تست‌ها به دست آورد.



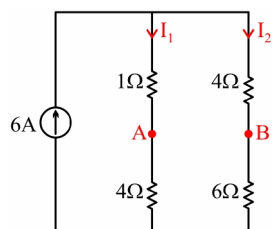
یادم است که در دبیرستان برای یافتن R_{eq} ، هیچ‌کدام از این کارها را نمی‌کردیم، آیا اینجا هم ممکن است آن

روش‌ها مفید باشد؟



قطعاً؛ یعنی در بعضی از مدارها برای دسترسی به R_{eq} ، می‌توان ابتدا منابع مستقل را صفر کرد و سپس با قواعد

سری، موازی، تقارن، شبکه‌های بی‌نهایتی و ... R_{eq} را حساب کرد!



شکل (۹-۲) مدار تمرین ۲

۲- مدار معادل تونن از دو سر A و B کدام است؟

(۱) $\frac{10}{3} \Omega, -16V$ (۲) $19 \Omega, -12V$

(۳) $\frac{16}{5} \Omega, 4V$ (۴) $\frac{10}{3} \Omega, 4V$



ابتدا محاسبه e_{oc} ؛ با تقسیم جریان داریم:

$$I_1 = \frac{10}{15} \times 6 = 4 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{5}{15} \times 6 = 2 \text{ A}$$

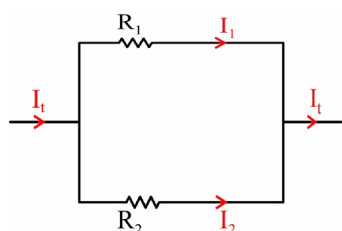
$$e_{oc} = V_a - V_b = 4I_1 - 6I_2 = 16 - 12 = 4 \text{ V}$$

و برای R_{eq} البته منبع جریان را پاک می‌کنیم (یا همان O.C.) و حالا از دو سر A و B داریم:

$$R_{AB} = (4+1) \parallel (4+6) = \frac{50}{15} = \frac{10}{3} \Omega$$

یعنی گزینه ۴ درست است.

در خلال حل این تست، عبارت تقسیم جریان گفته شد. بد نیست به اندازه دقایقی کوتاه این روابط را یادآوری کنیم. با آنکه بسیار پیش پا افتاده‌اند، اما در درس مدار فوق‌العاده کاربرد هستند.



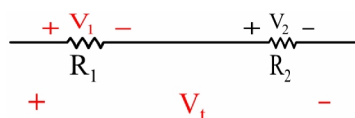
شکل (۱۰-۲) تقسیم جریان

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I_t$$

(۸-۲)

$$I_1 + I_2 = I_t$$

(۹-۲)



شکل (۱۱-۲) تقسیم ولتاژ

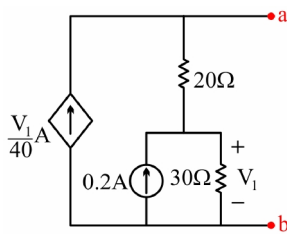
$$V_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_t$$

(۱۰-۲)

$$V_1 + V_2 = V_t$$

(۱۱-۲)

و برای تقسیم ولتاژ داریم:



شکل (۱۲-۲) مدار تمرین ۳

۳- مقاومت معادل را پیدا کنید. (یک نفر پای تخته بیاید و مسئله

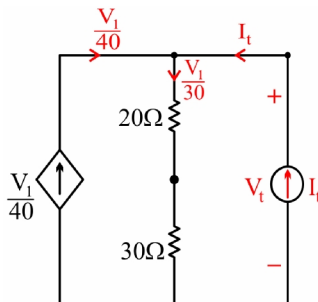
را حل کند!)

(۱) $100\ \Omega$

(۲) $200\ \Omega$

(۳) $300\ \Omega$

(۴) $400\ \Omega$



شکل (۱۳-۲) ساده شده مدار تمرین ۳

ابتدا منبع جریان را حذف می‌کنیم، در دو سر مدار یک منبع

جریان I_t می‌گذاریم و $V_{ab} = V_t$ را محاسبه می‌کنیم.

با KCL در گره بالایی داریم:

$$\text{KCL: } \frac{V_1}{40} + I_t - \frac{V_1}{30} = 0 \Rightarrow V_1 = 120 I_t$$

و با KVL در حلقه ورودی داریم:

$$\text{KVL: } V_t = \frac{2}{3} V_1 + V_1 = \frac{5}{3} \times 120 I_t = 200 I_t$$

و در نتیجه:

$$R_{eq} = 200\ \Omega$$

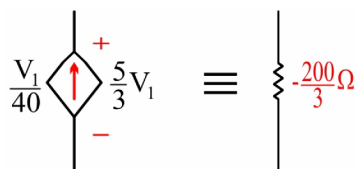
راه بسیار خوبی بود، یعنی گزینه ۲ درست شد.



اما من یک راه ساده‌تر می‌گویم؛ دیدیم که ولتاژ دو سر منبع



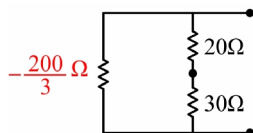
وابسته برابر $\frac{5}{3} V_1$ شد، یعنی، یک منبع وابسته جریان به ولتاژ دو سر خودش وابسته شد. (شکل (۳۸-۱) را نگاه کنید).



شکل (۱۴-۲) بحثی از مدار تمرین ۳

و آن مقاومت برابر است با ولتاژ تقسیم بر جریان یعنی:

$$R = -\frac{\frac{5}{3}V_1}{\frac{V_1}{40}} = -\frac{200}{3} \Omega$$



پس مدار اصلی به شکل زیر ساده شد:

شکل (۱۵-۲) ساده شده تمرین ۳

یعنی:

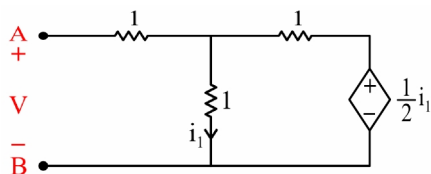
$$R_{eq} = 50 \parallel \left(-\frac{200}{3} \right) = \frac{50 \times \frac{-200}{3}}{50 - \frac{200}{3}} = 200 \Omega$$

البته همان‌طور که خوردن کله پاچه برای کودکان ممکن است خطرناک باشد، گفتن بعضی حرف‌ها در فصل دوم هم



باید با احتیاط باشد. ببینید، اگر من جای شما بودم به جای منبع جریان I_t یک منبع ولتاژ $V_t = 50V$ می‌گذاشتم. به روشنی

پیداست که $V_1 = 30V$ شده و در نتیجه با یک KCL کوچولو در بالای مدار، $I_t = \frac{1}{4}A$ معلوم می‌شود و بنابراین $R_{eq} = 200\Omega$ مثل نوشیدن آب خنک در تابستان داغ یا چای داغ در زمستان سرد به دست می‌آید.



شکل (۱۶-۲) مدار تمرین ۴

۴- مدار معادل تونن شبکه زیر را پیدا کنید.



اولاً این شبکه به خودی خود، منبع مستقل ندارد. چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟



مطمئنأً e_{oc} و i_{sc} برابر صفر هستند.





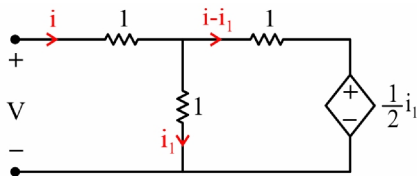
یعنی اگر در شبکه‌ای منبع مستقلی نبود، در آنجا:

$$e_{oc} = i_{sc} = 0$$

(۱۲-۲)

و آن مدار تنها معادل با یک مقاومت است.

برویم سراغ حل مسئله خودمان؛ باید رابطه‌ای بین V و i پیدا کنیم. ابتدا KCL بازی می‌کنیم:



شکل (۱۷-۲) باز مدار تمرین ۴

اگر در حلقه چپی KVL بزنیم، i_1 مزاحم است. چه کنیم؟



با یک KVL در حلقه راستی، i_1 را برحسب i به دست می‌آوریم و سپس KVL در حلقه چپی برای یافتن رابطه بین

V و i .

$$\text{KVL در حلقه راستی: } i - i_1 + \frac{1}{2}i_1 - i_1 = 0 \Rightarrow i_1 = \frac{2}{3}i$$

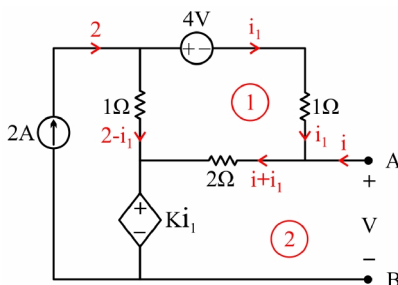
$$\text{KVL در حلقه چپی: } V = i + i_1 = i + \frac{2}{3}i = \frac{5}{3}i$$

$$\begin{cases} R_{eq} = \frac{5}{3} \Omega \\ e_{oc} = 0 \end{cases}$$



در خیلی از مسائل این الگو قابل تکرار است. KVL در حلقه فلان! برای حذف یک جریان مجهول و سپس KVL در

حلقه ورودی برای یافتن رابطه V و i و ... با همین دید مسئله Δ را حل کنید.



شکل (۱۸-۲) مدار تمرین ۵

۵- مقدار K را طوری تعیین کنید که مدار مقابل:

الف) معادل یک باتری بدون مقاومت داخلی باشد.

ب) معادل یک مقاومت خالص باشد.





روی مدار شکل اصلی KCL بازی می‌کنیم و سپس در حلقه‌های ۱ و ۲، KVL می‌زنیم:

$$\text{KVL (۱)}: 4 + i_1 + 2i + 2i_1 - 2 + i_1 = 0 \Rightarrow i_1 = -\frac{1}{2}(i+1)$$

$$\text{KVL (۲)}: V = 2i + 2i_1 + Ki_1 = \left(1 - \frac{K}{2}\right)i + \left(-1 - \frac{K}{2}\right)$$

یعنی:

$$R_{eq} = 1 - \frac{K}{2}, \quad e_{oc} = -1 - \frac{K}{2}$$

و بنابراین:

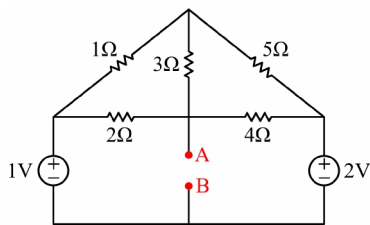
$$\text{الف} \rightarrow R_{eq} = 0 \Rightarrow 1 - \frac{K}{2} = 0 \Rightarrow K = +2$$

$$\text{ب} \rightarrow e_{oc} = 0 \Rightarrow -1 - \frac{K}{2} = 0 \Rightarrow K = -2$$



۶- رابطه بین V و i دو سر AB ، در مدار زیر کدام

است؟



شکل (۱۹-۲) مدار تمرین ۶

$$V = \frac{92}{93}i + \frac{120}{93} \quad (۲)$$

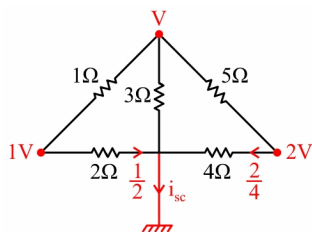
$$V = \frac{92}{93}i + \frac{140}{93} \quad (۱)$$

$$V = \frac{90}{93}i + \frac{16}{93} \quad (۴)$$

$$V = \frac{70}{93}i + \frac{16}{93} \quad (۳)$$



می‌خواهم برای حل این مسئله، یک روش میان‌بر بسیار مفید ارائه کنیم. ببینید به جای حل مسئله و یافتن رابطه‌ای بین V و i (که کمی طولانی است)، فقط i_{sc} را پیدا می‌کنیم و آن‌گاه می‌گوییم گزینه‌ای درست است که در آن $\frac{e_{oc}}{R_{eq}}$ برابر مقدار i_{sc} به دست آمده است. (صد البته که این روش فقط در مسایل تستی کاربرد دارد و می‌توان با رد گزینه به پاسخ درست رسید). درضمن آفرین به کسی که این حرف را تعمیم می‌دهد و می‌گوید:



شکل (۲۰-۲) ساده شده تمرین ۶



اصولاً هر وقت در یک مسئله بیش از یک پارامتر را خواسته بودند،

به جای به دست آوردن تک‌تک آن‌ها، رابطه‌ای بین آن پارامترهای مطلوب به دست می‌آوریم و بعد با رد گزینه کلک آن مسئله را می‌کنیم!



جالب است که با اتصال کوتاه کردن A و B، مداری که دو تا گره با ولتاژ مجهول داشت، حالا فقط یک گره با ولتاژ

مجهول دارد (گره بالایی)؛ در آن گره KCL می‌زنیم:

$$\text{KCL : } V - 1 + \frac{V}{3} + \frac{V-2}{5} = 0 \Rightarrow V = \frac{21}{23} \text{ V}$$

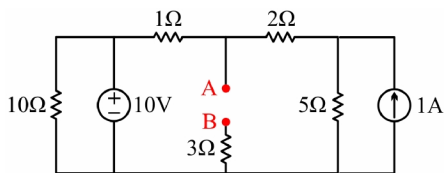
و برای i_{sc} داریم:

$$i_{sc} = \frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{\frac{21}{23}}{3} = \frac{30}{23}$$

طبق توضیح استاد، فقط گزینه ۲ می‌تواند درست باشد!



۷- در مدار زیر، ولتاژ مدار باز دو سر AB کدام است؟



شکل (۲۱-۲) مدار تمرین ۷

$$\frac{59}{7} \text{ V (۲)}$$

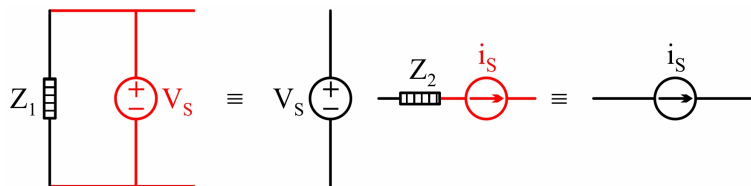
$$7 \text{ V (۱)}$$

$$\frac{75}{8} \text{ V (۴)}$$

$$10 \text{ V (۳)}$$



توجه کنید که مقاومت 10 اهمی هیچ تأثیری ندارد، چراکه از خودش هیچ اختیاری ندارد. ولتاژ دو سرش 10V و جریانش 1A است، پس قابل حذف است. به‌طور کلی، هر عنصری موازی با منبع ولتاژ باشد، از دید بیرونی قابل حذف است و به همین ترتیب هر عنصری سری با منبع جریان باشد، از دید بیرونی قابل حذف است.



شکل (۲۲-۲) عناصر الف (موازی منبع ولتاژ ب) سری با منبع جریان

البته هر یک از روابط بالا یک استثنا دارد؛ آیا می‌دانید؟

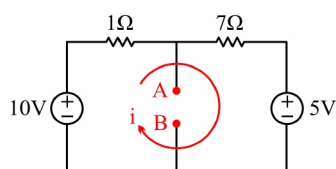


بله، اگر Z_1 اتصال کوتاه باشد، قدرتش از منبع ولتاژ بیشتر است و اگر Z_2 مدار باز باشد، در مبارزه با منبع جریان

سری، پیروز می‌شود. یعنی در حالت موازی، اتصال کوتاه بر منبع ولتاژ و سایر عناصر اولویت دارد و در حالت سری، مدار باز، منبع جریان و سایر عناصر به ترتیب قدرت‌نمایی می‌کنند.



و اما حل مسئله ۷ توسط شما:



شکل (۲۳-۲) ساده شده تمرین ۷



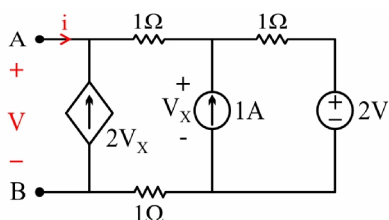
در شکل بالا مقاومت 10 اهمی را حذف می‌کنیم؛ از طرفی مقاومت 3 اهمی اینجا روی هوا ول است! (چراکه AB

مدار باز است) پس آن را هم حذف می‌کنیم و در سمت راست هم یک‌بار تبدیل نورتن به تونن زده‌ایم و به شکل (۸۶) رسیده‌ایم؛ حالا با KVL داریم:

$$\text{KVL: } -10 + i + 7i + 5 = 0 \Rightarrow i = \frac{5}{8} \text{ A}$$

$$V_{AB} = 7 \times \frac{5}{8} + 5 = \frac{75}{8} \text{ V}$$

پس گزینه ۴ درست است.



شکل (۲۴-۲) مدار تمرین ۸

۸- رابطه $V-i$ شبکه یک‌قطبی زیر کدام است؟

$$V = -3i - 15 \quad (۱)$$

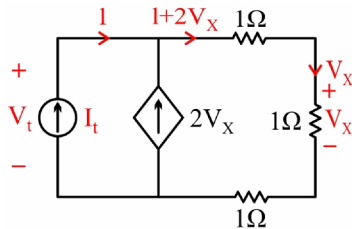
$$V = 2i + 10 \quad (۲)$$

$$V = 3i + 10 \quad (۳)$$

$$V = -2i + 10 \quad (۴)$$



برای حل این مسئله، ابتدا به شکل (۴۷-۱) مراجعه کنید؛ چه می‌بینید؟



شکل (۲-۲۵) ساده شده تمرین ۸

شیب خط در ۴ گزینه متفاوت است. پس تنها به محاسبه

R_{eq} می پردازیم؛ بنابراین ابتدا منابع مستقل را صفر می کنیم؛ داریم:



یک منبع جریان I_t می گذاریم و V_t را محاسبه می کنیم. برای این کار...

قبل از اینکه شما ادامه بدهید، یک نکته نسبتاً مفید دیگر بگوییم؛ وقتی شما منبع I_t می گذارید و به دنبال V_t

هستید تا از تقسیم آن ها مقاومت معادل R_{eq} را حساب کنید (و به دنبال e_{oc} و i_{sc} نیستید) می توانیم برای سادگی I_t را مساوی یک (یا هر عدد دیگر) بگیریم تا قدری محاسباتمان ساده شود. این را در تمرین ۸ اعمال کنید.



با این توضیح استاد، ادامه می دهیم و V_t را پیدا می کنیم، و با داشتن V_t داریم:



$$R_{eq} = V_t$$

(۲-۱۳)

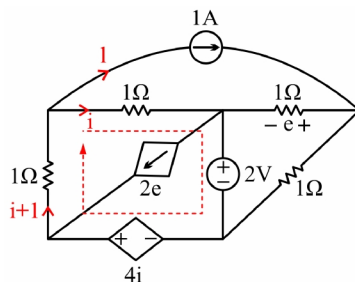
$$1 + 2V_x = V_x \Rightarrow V_x = -1V$$

از طرفی:

$$V_t = 3V_x = -3V \Rightarrow R_{eq} = -3\Omega$$

پس تنها گزینه ۱ می تواند درست باشد.

حالا یکی دو مثال، از روش KCL بازی و KVL در حلقه خوب و یا KVL بازی و KCL در گره خوب حل کنیم:



شکل (۲-۲۶) مدار تمرین ۹

۹- در مدار مقابل شدت جریان i برابر است با:



- ۱ (۱)
- ۱.۵ (۲)
- ۲ (۳)
- ۲.۵ (۴)



جریان مقاومت 1 اهمی سمت چپ مدار برابر $i+1$ می‌شود. (KCL بازی) حال در مربع نشان داده شده، KVL

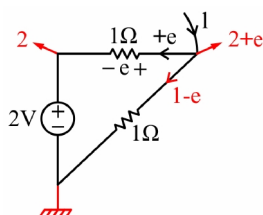
می‌زنیم؛ داریم:

$$\text{KVL: } i+2-4i+i+1=0 \Rightarrow i=1.5 \text{ A}$$

پس گزینه ۲ درست است.



۱۰- حال اگر در همین مسئله، مقدار e را می‌خواست چه می‌کردید؟



جالب است !! در مثلث سمت راستی KCL بازی کرده و سپس



KVL می‌زنیم:

$$\text{KVL: } e+2+e-1=0 \Rightarrow e=-0.5 \text{ v}$$

شکل (۲۷-۲) بخش مفید! از مدار تمرین ۹

برای حل تمرین ۱۰



و یا می‌توانستیم KVL بازی کرده و سپس در گره شمال شرقی! یک KCL بزنینم تا جناب e را پیدا کنیم؛ یعنی:

$$\text{KCL: } -1+e+2+e=0 \Rightarrow e=-0.5 \text{ V}$$

به نظر شما این بهتر نبود؟



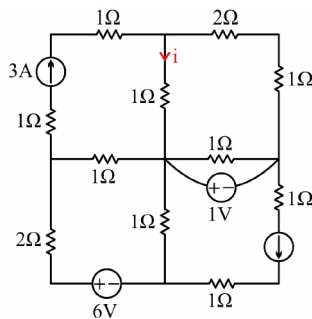
دعوا نکنید؛ روش هر دوی شما خوب است ولی کمی دقت کنید؛ یک کار بهتر هم می‌شد انجام بدهیم؛ این یک روش

ترکیبی کم‌نظیر است. ابتدا KCL بازی و KVL بازی را همزمان انجام بدهید، بعد عینکتان را مثل دانشمندان به نوک بینی‌تان منتقل کنید، اصلاً شاید جواب را دیدید!!! مثلاً در همین مسئله آخر؛ KCL بازی می‌گوید که جریان شاخه راستی برابر $1-e$ است و از طرفی KVL بازی هم می‌گوید که این جریان برابر $2+e$ است. پس:

$$1-e=2+e \Rightarrow e=-0.5 \text{ V}$$



عجب روشی بود ها !



۱۱- جریان i چند آمپر است؟

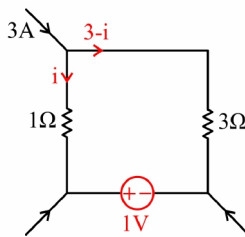


شکل (۲۸-۲) مدار تمرین ۱۱

عبارت توضیح شکل (۲۷-۲) جالب بود! «بخش مفید». سعی کنید برای حل یک مدار تا حد امکان فقط سراغ بخش



مفید بروید و سایر بخش‌ها را حذف کنید.



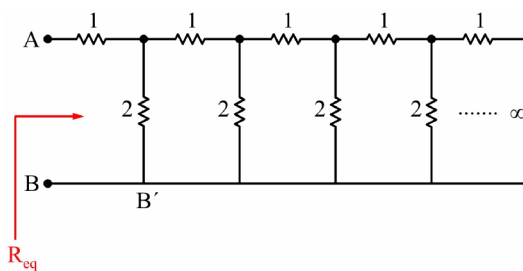
بخش مفید به صورت زیر است. KCL بازی کرده و سپس



در بخش مفید (یا همان حلقه خوب!) KVL می‌زنیم:

شکل (۲۹-۲) بخش مفید مدار تمرین ۱۱

$$\text{KVL: } 3(3-i) - 1 - i = 0 \Rightarrow i = 2\text{ A}$$



۱۲- مقاومت معادل دیده شده چقدر است؟



شکل (۳۰-۲) مدار نردبانی بی‌نهایت شاخه تمرین ۱۲

در اینجا به هیچ وجه نمی‌توان دو عنصر سری یا موازی پیدا کرد. رمز حل این گونه مسایل استفاده از مفهوم بی‌نهایت



است. اگر ما از سر AB نگاه کنیم چه می‌بینیم؟

باید بگوییم که از آنجا ...



ببخشید حرفتان را قطع می‌کنم! ولی مهم سؤال بعدی است؛ از سر $A'B'$ چه می‌بینیم؟



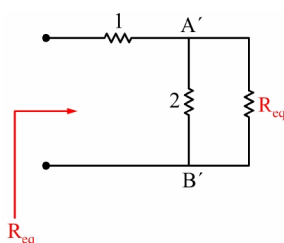
دقیقاً همان چیزی! که از سر AB می‌دیدیم.



احسنت! حل مسئله تمام شد. همین ادعا را دوباره روی مدار



پیاده می‌کنیم:



شکل (۲-۳۱) مدار ساده شده تمرین ۱۲

یعنی داریم:

$$R_{eq} = \frac{2R_{eq}}{2+R_{eq}} + 1 \Rightarrow R_{eq} = 2\Omega$$

به همین سادگی حل شد. در مدارهای شامل بی‌نهایت شاخه، از این لیم کمک بگیرید. یادتان هست دبیرستانتان را؟

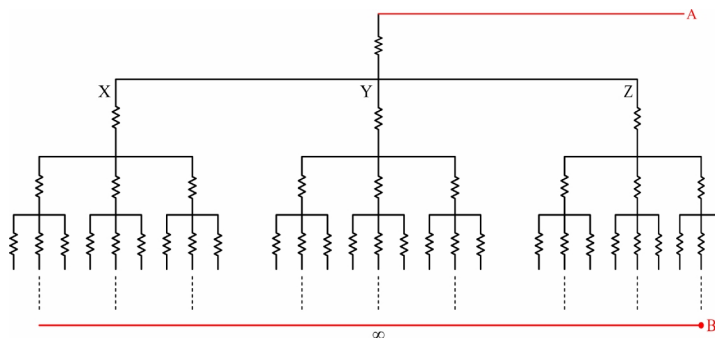
می‌گفت: مقدار $x = \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots}}}$ را پیدا کنید و بعد برای حل آن چه می‌گفت؟ می‌گفت که طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم و چنین داریم:

$$x^2 = 2 + x$$

حرف‌هایی که در مثال آخر گفته شد، دقیقاً با همین استدلالی است که از معلم دبیرستانمان آموختیم!



۱۳- مقاومت دیده‌شده از دو سر AB چقدر است؟ (همه مقاومت‌ها برابر r هستند.)

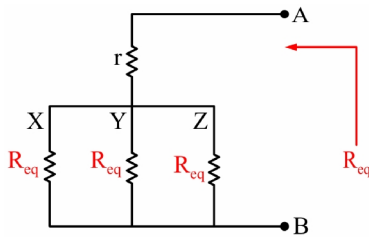


شکل (۲-۳۲) مدار تمرین ۱۳



دوباره مثل قبل است. آنچه ما از سر بالایی می بینیم، دقیقاً

همان را از گره های X و Y و Z مشاهده می کنیم. این حرف را پیاده می کنیم:



شکل (۳۳-۲) مدار ساده شده تمرین ۱۳

یعنی داریم:

$$R_{eq} = r + \frac{1}{3} R_{eq} \Rightarrow R_{eq} = \frac{3}{2} r$$



اگر کسی علاقه مند به حفظ فرمول های به دردخور است! بشنود:

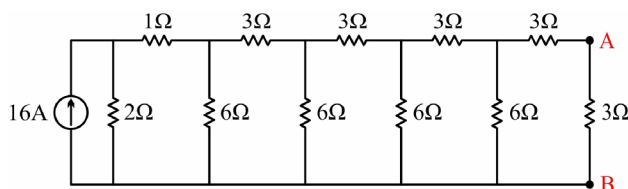
در مدارهایی شبیه مدار مسئله ۱۳ که در هر مقطع به n شاخه تقسیم می شوند، مقاومت معادل از رابطه زیر به دست می آید:

$$R_{eq} = \frac{n}{n-1} r \quad (۱۴-۲)$$

توجه داشته باشید که این حرف ها فقط در شبکه های بی نهایت شاخه مصداق دارد، در غیر این صورت باید از ترفندهای دیگری استفاده کنیم. به مثال ۱۴ توجه کنید.



۱۴- در مدار زیر ولتاژ V_{AB} چند ولت است؟



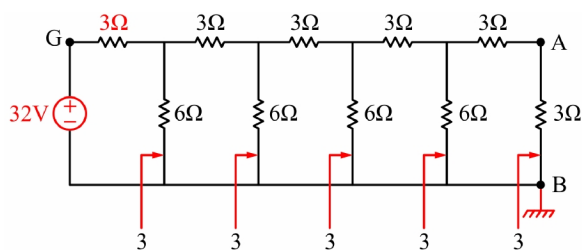
- ۱) 3
- ۲) 1
- ۳) 2
- ۴) 4

شکل (۳۴-۲) مدار تمرین ۱۴



برای حل در سمت چپ یک تبدیل نورتن به تونن زده و از پله های متوالی نردبان به سمت راست نگاه کنید. چی می بینید؟

مدار این جوری می‌شود:



شکل (۳۵-۲) ساده شده مدار تمرین ۱۴

پس چون همه مقاومت‌های دیده شده برابر 3Ω است، داریم:

$$V_C = 2V_A, V_D = 2V_C, V_E = 2V_D, V_F = 2V_E, V_G = 2V_F$$

از طرفی معلوم است که:

$$V_G = 32\text{ v}$$

پس:

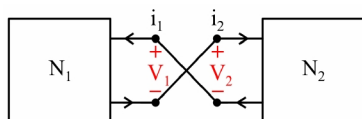
$$32 = 2^5 V_A \Rightarrow V_A = 1\text{ v}$$

یعنی گزینه ۲ درست است.

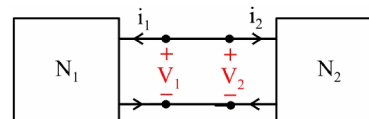
۴-۲ اتصال دو شبکه



هر دو مدار به یکی از صورت‌های زیر به هم متصل می‌شوند:



شکل (۳۷-۲) اتصال معکوس دو شبکه N_1 و N_2



شکل (۳۶-۲) اتصال مستقیم دو شبکه N_1 و N_2

برای یافتن پاسخ‌های ولتاژ V و جریان i ، در ابتدا باید به نوع اتصال توجه داشت، واضح است که:

در اتصال مستقیم:

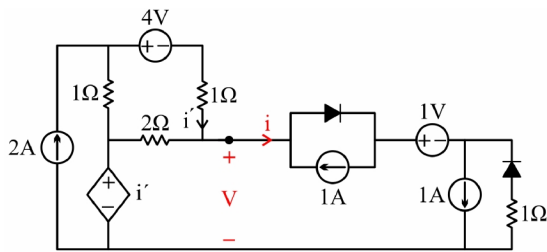
$$V = V_1 = V_2, \quad i = i_1 = -i_2 \quad (۱۵-۲)$$

و در اتصال معکوس:

$$V = V_1 = -V_2, \quad i = i_1 = i_2 \quad (۱۶-۲)$$

و با داشتن مشخصه ولتاژ و جریان در هر یک از شبکه‌ها - چه به صورت فرمولی و چه به صورت نموداری - و از یافتن محل تلاقی آنها V و i به دست می‌آیند.

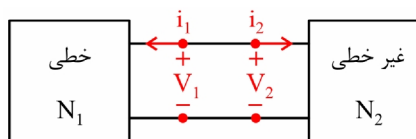
توجه داشته باشید که در مدارهای غیرخطی ممکن است پاسخ یکتا نباشد.



۱۵- در مدار زیر پاسخ‌های V و i را پیدا کنید.



شکل (۳۸-۲) مدار تمرین ۱۵ اتصال دو شبکه



جالب آن است که هر دو بخش چپی و راستی در تمرینات



گذشته بررسی شده است.

شکل (۳۹-۲) مدلی از اتصال مدار در تمرین ۱۵

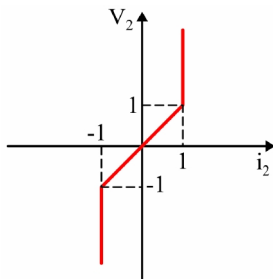
ادامه با شما:



در تمرینات قبل برای N_1 دیدیم که:

$$V_1 = \frac{1}{2}i_1 - \frac{3}{2}$$

و برای N_2 :



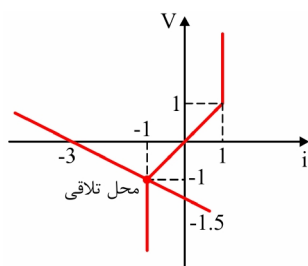
شکل (۴۰-۲) مشخصه ولتاژ جریان نیمه راستی مدار تمرین ۱۵

حال توجه داریم که اتصال مستقیم است، یعنی:

$$V = V_1 = V_2 \text{ و } i = -i_1 = i_2$$

یعنی ملاک جهت‌های V و i را جهت‌های مربوط به مدار غیرخطی گرفتیم، پس رابطه بالایی به صورت زیر می‌شود:

$$V = -\frac{1}{2}i - \frac{3}{2}$$



حالا این مدار را با معادله مشخصه مدار غیرخطی شکل (۲-۴۰) تلاقی می‌دهیم، داریم:

شکل (۲-۴۱) حل تمرین ۱۵ (تلاقی مشخصه‌ها)

و با توجه به محل تلاقی:

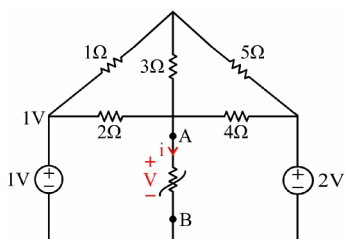
$$V = V_1 = V_2 = -1 \text{ V} \quad \text{و} \quad i = i_2 = -i_1 = -1 \text{ A}$$

و یک نمونه دیگر از همین نوع مسایل:



۱۶- جریان i را پیدا کنید. مشخصه مقاومت غیرخطی به

صورت زیر است:



شکل (۲-۴۲) مدار تمرین ۱۶

$$V = \frac{1}{93}(i^3 + 27i)$$

در اینجا هم یک مقاومت غیرخطی، به صورت مستقیم به یک شبکه خطی که از قبل بررسی شده متصل شده است،



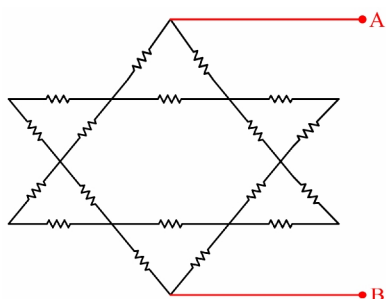
بدون توضیح اضافی داریم:

$$V = V_1 = V_2 \quad \text{و} \quad i = i_1 = -i_2$$

اندیس‌های ۱ مربوط به مقاومت غیرخطی و اندیس ۲ مربوط به شبکه بادیادکی خطی است! که قبلاً مشخصه آن داده شده است، فقط در اینجا i را به $-i$ تبدیل می‌کنیم.

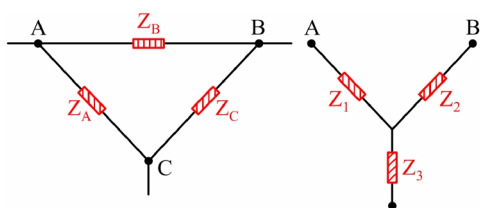
$$\frac{1}{93}(i^3 + 27i) = -\frac{92}{93}i + \frac{120}{93}$$

$$i^3 + 119i - 120 = 0 \Rightarrow i = 1 \text{ A}$$



شکل (۴۳-۲) مدار تمرین ۱۷

۱۷- مقاومت معادل دیده شده از دو سر AB چقدر است؟ (تمام مقاومت ها سه اهمی اند.)



شکل (۴۴-۲) شبکه های الف (مثلث و ب) ستاره

قبل از حل این مسئله، بد نیست اشاره ای به



تبدیلات ستاره و مثلث داشته باشیم. به تخته کلاس به دقت نگاه کنید:

ابتدا تبدیل ستاره به مثلث:

$$Z_A = \frac{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3}{Z_2} \quad (۱۷-۲)$$

$$Z_B = \frac{\text{صورت همان بالا}}{Z_3} \quad (۱۸-۲)$$

$$Z_C = \frac{\text{باز همان صورت بالا}}{Z_1} \quad (۱۹-۲)$$

و در حالت خاص هرگاه:

$$Z_1 = Z_2 = Z_3 \quad (۲۰-۲)$$

$$Z_A = Z_B = Z_C = 3Z_1 \quad (۲۱-۲)$$

و اکنون تبدیل مثلث به ستاره:

$$Z_1 = \frac{Z_A \cdot Z_B}{Z_A + Z_B + Z_C} \quad (۲۲-۲)$$

$$Z_2 = \frac{Z_B \cdot Z_C}{\text{همان مخرج بالا}} \quad (۲۳-۲)$$

$$Z_3 = \frac{Z_A \cdot Z_C}{\text{باز همان مخرج بالا}} \quad (۲۴-۲)$$

و اگر:

$$Z_A = Z_B = Z_C \quad (۲۵-۲)$$

$$Z_1 = Z_2 = Z_3 = \frac{1}{3} Z_A \quad (۲۶-۲)$$

در مورد شبکه‌های Π و T چطور؟



یادتان باشد، مدار π همان مثلث (پاهای پایین آن را به هم بچسبانید!) و مدار T همان ستاره است. (بازوهای بالایی

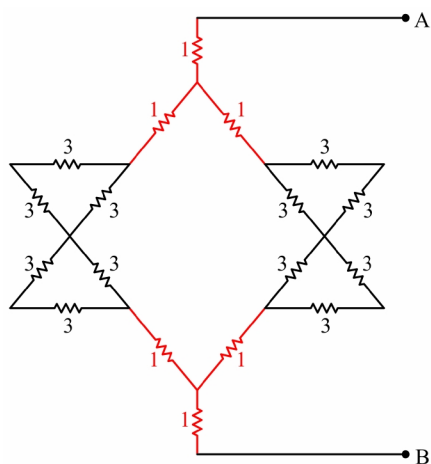


را باز کنید.) پس نکته جدیدی ندارد. برویم سراغ حل تمرین ۱۷.



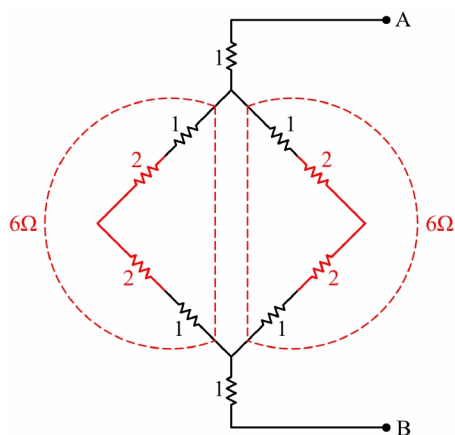
برای دو مثلث بالایی و پایینی، معادل ستاره

می‌نویسیم و مقاومت معادل شاخه‌های چپی و راستی را هم حساب می‌کنیم؛ به صورت زیر



شکل (۴۵-۲) مدار ساده شده تمرین ۱۷

و باز اگر ساده‌تر کنیم:



شکل (۴۶-۲) مدار خیلی ساده‌تر! شده تمرین ۱۷

یعنی:

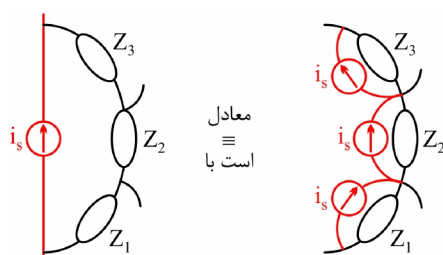
$$R_{AB} = 1 + 6 \parallel 6 + 1 = 5 \Omega$$



راه حل شما درسته ولی اگر کسی چشمش باز بکنه، می بینه که مدار متقارن است؛ پس می شود آن را روی محور

تقارنش تا کرد و بعد هم مثل آب خوردن دوباره $R_{eq} = 5\Omega$ به دست می آید.

۵-۲ تبدیل منابع

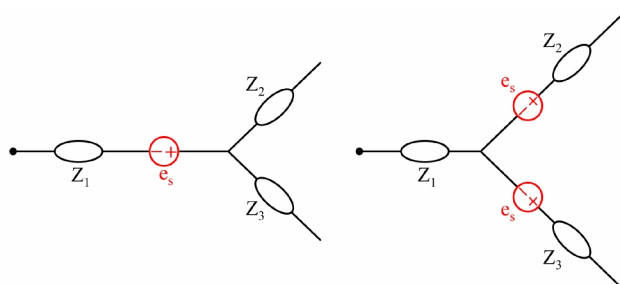


گاهی این روش های تبدیل منابع کار را بسیار ساده می کنند؛



دقت کنید:

شکل (۴۷-۲) تبدیل منابع مستقل جریان

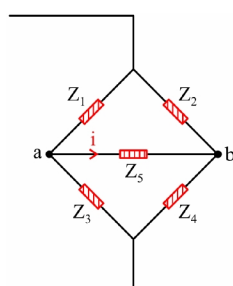


و یا در مورد منابع ولتاژ:

شکل (۴۸-۲) تبدیل منابع مستقل ولتاژ

این دو تبدیل در کاهش تعداد مش های مستقل یا کاهش تعداد گره های مستقل در بعضی مدارها می توانند مؤثر باشند. البته برای شما که اهل KCL بازی و KVL بازی هستید، خیلی نیازی به این تبدیل منابع نیست.

۶-۲ پل وتستون



سال هاست با این پل آشنا هستید، پس بدون توضیح می گذریم.



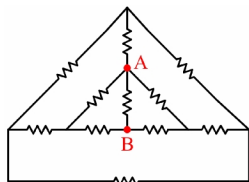
شکل (۴۹-۲) پل آقای وتستون!

شاخه ab قابل حذف است. $\Rightarrow i=0 \Rightarrow Z_1 Z_4 = Z_2 Z_3$ اگر

(۲۷-۲)

مسایل تکمیلی فصل دوم

۱- در مدار زیر مقاومت معادل دیده شده از دو سر AB چند اهم است؟ (همه مقاومت ها 1Ω هستند.)



(۲) $\frac{11}{19}$

(۱) $\frac{12}{19}$

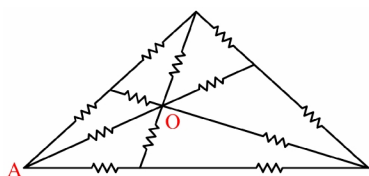
(۴) $\frac{9}{19}$

(۳) $\frac{10}{19}$

۲- در مدار شکل زیر مقاومت معادل بین نقاط O و A چقدر است؟ (همه مقاومت ها 20Ω هستند.)



(مهندسی برق ۷۰)



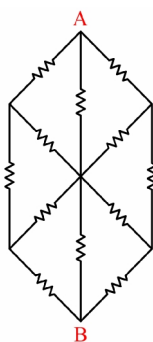
(۱) 9Ω

(۲) 1.8Ω

(۳) 2.15Ω

(۴) 7.5Ω

۳- مقاومت معادل از دو سر AB اگر تمامی مقاومت ها R باشند، چقدر است؟



(۱) $0.66R$

(۲) $0.5R$

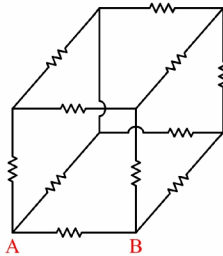
(۳) R

(۴) $0.8R$



۴- مقاومت معادل دیده شده از دو سر AB را به دست آورید.

(همه مقاومت ها R هستند.)



(۱) $\frac{5}{6} R$

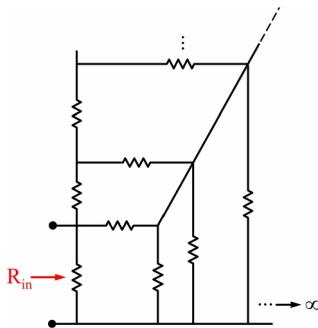
(۲) $\frac{3}{4} R$

(۳) $\frac{3}{5} R$

(۴) $\frac{7}{12} R$



۵- اگر مقاومت تمام شاخه ها برابر R باشد، مقاومت ورودی این مدار را بیابید. (مهندسی برق ۷۴)



(۱) R

(۲) $0.618 R$

(۳) $0.382 R$

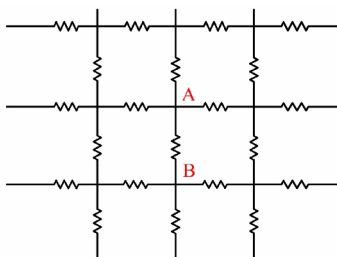
(۴) $0.5 R$



۶- در مدار شکل مقابل تمام مقاومت ها یک اهم هستند و از هر طرف مدار به بی نهایت می رود. مقاومت

دیده شده از سرهای A و B چیست؟

(مهندسی برق ۶۸)



(۱) 1Ω

(۲) $\frac{1}{2} \Omega$

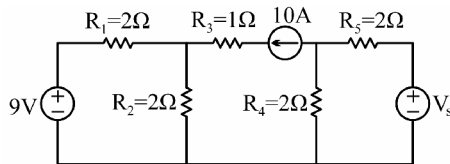
(۳) $\frac{1}{4} \Omega$

(۴) $\frac{1}{8} \Omega$

۷- در مدارهای شکل زیر در صورتی که ولتاژ و جریان مقاومت‌های مشابه در دو مدار دقیقاً یکسان شود،



مقدار V_s چند ولت است؟

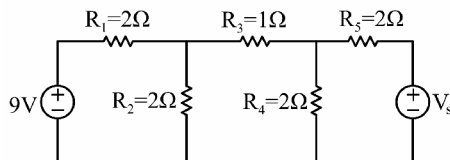


18 (۱)

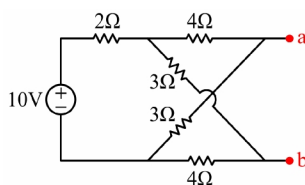
51 (۲)

69 (۳)

72 (۴)



۸- ولتاژ مدار باز و جریان اتصال کوتاه مدار زیر کدام‌اند؟



0.91V , 1.82 A (۱)

-0.91V , 1.82 A (۲)

0.91V , -0.262 A (۳)

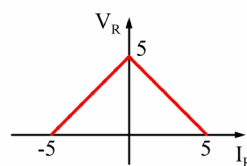
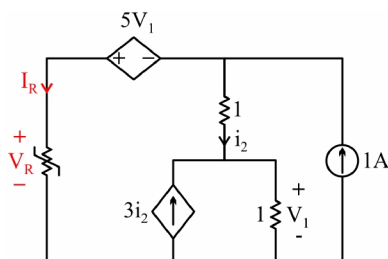
-0.91V , -0.262 A (۴)

۹- در مدار زیر R یک مقاومت غیرخطی با مشخصه داده شده است. ولتاژ V_R دو سر این مقاومت غیرخطی



(مهندسی برق ۷۷)

کدام است؟



$\frac{6}{25}$ V (۱)

$\frac{24}{25}$ V (۲)

$\frac{25}{24}$ V (۳)

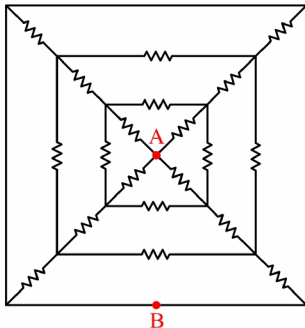
$\frac{25}{6}$ V (۴)



۱۰- در مدار شکل زیر تمام مقاومت‌ها یکسان و برابر ۱ اهم هستند. مقاومت دیده‌شده در سرهای A و B

(مهندسی برق ۷۷)

چند اهم است؟



(۱) $\frac{1}{4}$

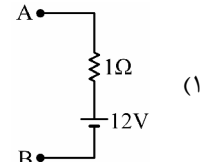
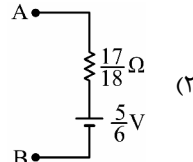
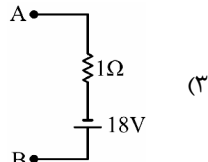
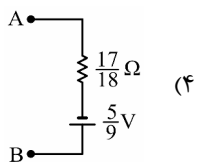
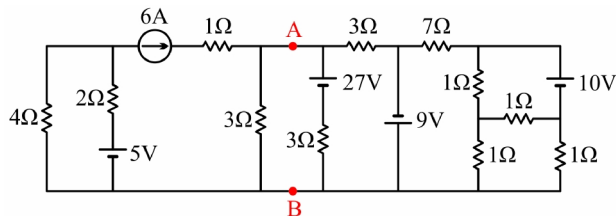
(۲) $\frac{1}{3}$

(۳) $\frac{1}{2}$

(۴) $\frac{3}{4}$

(مهندسی برق ۷۴)

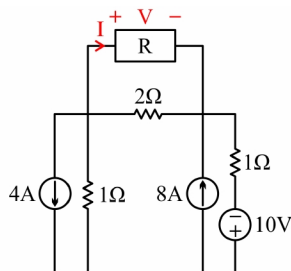
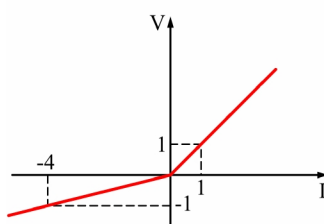
۱۱- مدار معادل تونن از دید دو سر AB در مدار شکل زیر کدام است؟



۱۲- مشخصه $V-I$ مقاومت غیرخطی R در شکل (الف) داده شده است. جریان I گذرنده از این عنصر را در

(مهندسی برق ۷۱)

شکل (ب) تعیین کنید.



(۱) -0.8

(۲) -0.2

(۳) 0.1

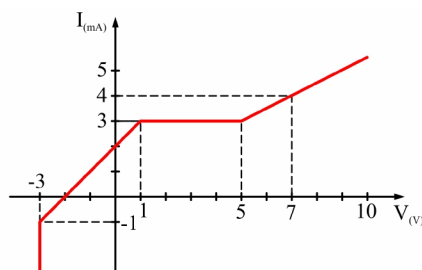
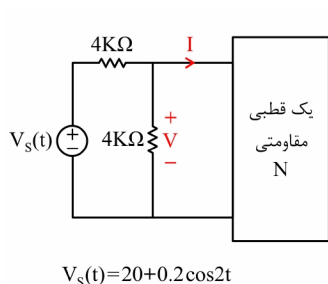
(۴) 0.4



۱۳- با توجه به مشخصه $I-V$ داده شده برای یک قطبی مقاومتی N ، مقدار V در مدار شکل زیر چند ولت

است؟

(مهندسی برق ۷۵)



(۱) 4

(۲) $4 + 0.1 \cos 2t$

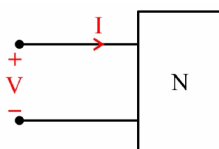
(۳) $6 + 0.02 \cos 2t$

(۴) $6 + 0.05 \cos 2t$



۱۴- می دانیم که یک قطبی N متشکل از مقاومت های خطی تغییرناپذیر با زمان و منابع وابسته DC و منابع

وابسته از هر نوع است. کدام یک از توضیحات زیر برای مشخص سازی آن همواره برقرار است؟ (مهندسی برق ۷۹)



(۱) $I = \alpha_1 V + \alpha_2$ ، α_1 و α_2 ثابت های وابسته به N هستند.

(۲) $V = k_1 I + k_2$ ، k_1 و k_2 ثابت های وابسته به N هستند.

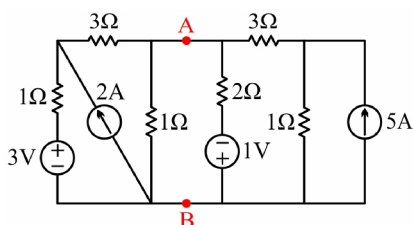
(۳) $aV + bI + C = 0$ ، a ، b و C ثابت های وابسته به N هستند.

(۴) هر سه گزینه درست است.



۱۵- در مدار مقابل V_{AB} چند ولت است؟

(مهندسی برق ۸۲)



(۱) 1

(۲) 2

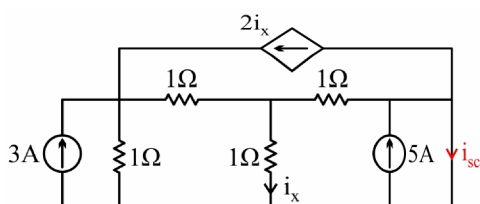
(۳) $\frac{1}{2}$

(۴) $\frac{1}{4}$



۱۶- جریان اتصال کوتاه (i_{sc}) کدام است؟

(مهندسی برق ۸۳)



(۱) 1A

(۲) 2A

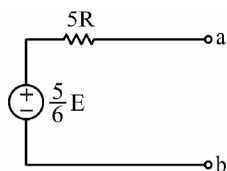
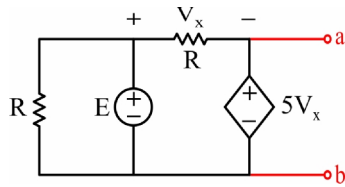
(۳) 4A

(۴) 8A

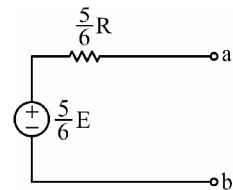


۱۷- مدار معادل تونن شکل مقابل را به دست آورید.

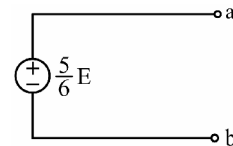
(مهندسی برق ۸۴)



(۲)



(۱)



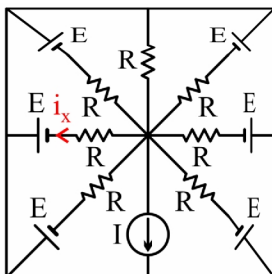
(۳)

(۴) معادل تونن ندارد.



۱۸- مقدار جریان i_x را به دست آورید. ($I = 2\text{ A}$, $R = 7\Omega$, $E = 14\text{ V}$)

(مهندسی برق ۸۴)



(۱) 0

(۲) 4A

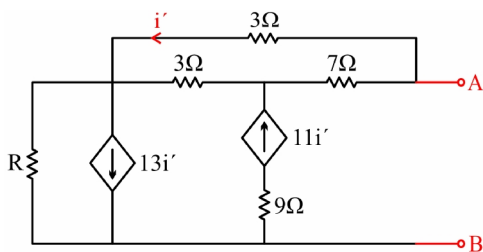
(۳) 2A

(۴) 3.4A



۱۹- مقاومت معادل بین دو سر A و B مدار داده شده در شکل زیر کدام است؟

(مهندسی برق ۸۵)



(۱) $3R + 3.2$

(۲) $2R - 1.5$

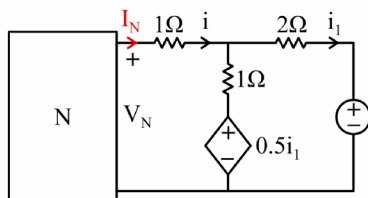
(۳) $1.4R + 3$

(۴) $2.4R + 2$

۲۰- مشخصه یک قطبی N در مدار شکل زیر داده شده است، جریان i در این مدار برابر است با:



(مهندسی برق ۸۵)



(۱) $-\frac{5}{9}A$

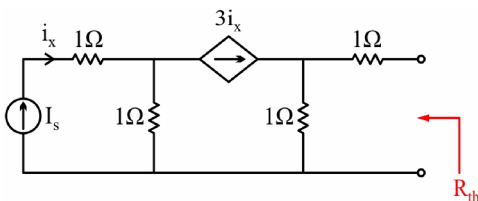
(۲) $-\frac{4}{9}A$

(۳) $\frac{5}{9}A$

(۴) $\frac{4}{9}A$

(مهندسی برق ۸۶)

۲۱- مقاومت معادل تونن مدار شکل زیر کدام است؟



(۱) 1Ω

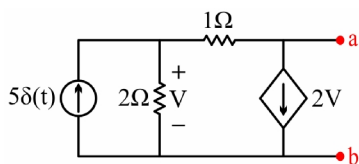
(۲) $1\frac{1}{3}\Omega$

(۳) 1.5Ω

(۴) 2Ω

(مهندسی برق ۸۷)

۲۲- مدار معادل تونن مدار زیر برابر است با:



(۱) $V_{th} = \delta(t)$, $R_{th} = 2\Omega$

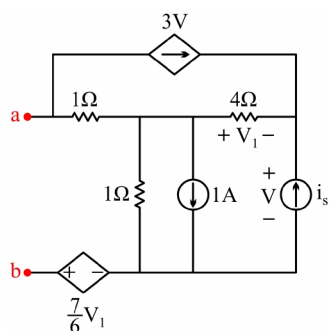
(۲) $V_{th} = 2\delta(t)$, $R_{th} = 3\Omega$

(۳) $V_{th} = -2\delta(t)$, $R_{th} = \frac{3}{5}\Omega$

(۴) $V_{th} = -\delta(t)$, $R_{th} = \frac{3}{5}\Omega$

(مهندسی برق ۸۷)

۲۳- مقاومت معادل از دو سر a و b چند اهم است؟



(۱) $\frac{5}{11}\Omega$

(۲) 1Ω

(۳) 3Ω

(۴) $\frac{39}{11}\Omega$

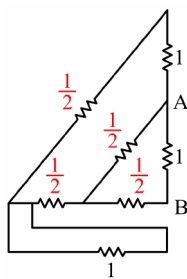
حل تشریحی

۱. گزینه ۴ درست است.



به نظر خیلی ساده می‌آد، مدار را روی محور تقارنش که از AB می‌گذرد تا

می‌کنیم و به صورت مقابل درمی‌آید:



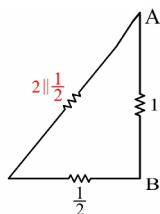
تکلیف این مقاومت پایینی چیه؟!



دو سر مقاومت یکی شده‌اند؛ یعنی دو سر ولتاژ صفر شده و مقاومت حذف می‌شود.



و باقی هم محاسبه چند مقاومت سری و موازی است:



$$R_{AB} = 1 \parallel \left(\frac{1}{2} + 2 \parallel \frac{1}{2} \right) = \frac{9}{19}$$

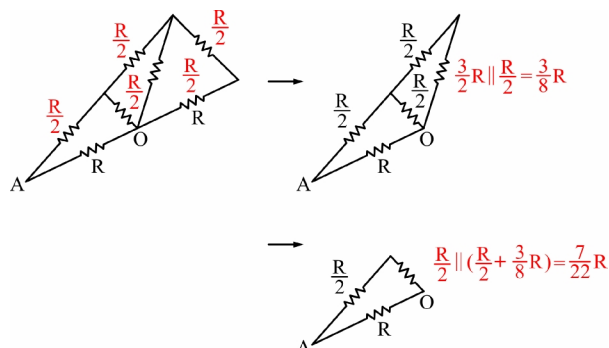
۲. گزینه ۱ درست است.



باز هم باید روی محور تقارنی که از OA می‌گذرد مدار را تا کنیم.



و فعلاً با نماد R کار کنیم تا محاسباتمان پیچیده نشود.

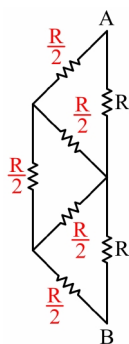


$$\Rightarrow R_{OA} = R \parallel \left(\frac{R}{2} + \frac{7}{22} R \right) \Big|_{R=20} = 9 \Omega$$

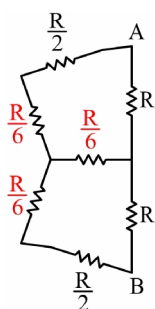
۳. گزینه ۴ درست است.



باز هم مدار را روی محور تقارنی که از AB می‌گذرد تا می‌کنیم:



حالا نمی‌توانیم مقاومت‌ها را سری و موازی کنیم؟!



نه، چون نقاط A و B را از دست می‌دهیم، ولی می‌توانیم از تبدیل‌های ستاره مثلث



استفاده کنیم، مثلاً اگر مثلث وسط را به ستاره تبدیل کنیم، داریم:

چه جالب! این هم یک پل وتسون درست کرده، پس مقاومت $\frac{R}{6}$ افقی که وسط پل است حذف می‌شود و داریم:

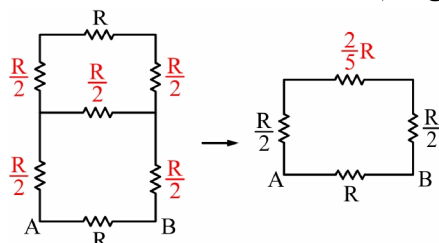
$$R_{AB} = (R + R) \parallel 2 \left(\frac{R}{2} + \frac{R}{6} \right) = 0.8 R$$

۴. گزینه ۴ درست است.



این بار به جای محور تقارن، یک صفحه تقارن داریم که از AB می‌گذرد؛ صفحه تقارنی که قطر مکعب است. حالا

نسبت به این صفحه تقارن نقاط هم‌پتانسیل را یافته و روی یکدیگر قرار می‌دهیم:



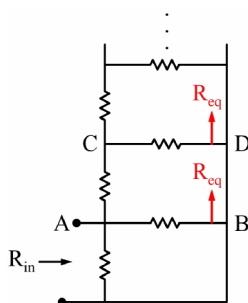
$$R_{AB} = R \parallel \left(\frac{R}{2} + \frac{2}{5}R + \frac{R}{2} \right) = \frac{7}{12} R$$

۵. گزینه ۳ درست است.



مقاومت‌های عمودی که با هم موازی شده‌اند، معادل مقاومت صفر هستند؛

چون حاصل موازی n مقاومت، $\frac{R}{n}$ است که در اینجا n به سمت بی‌نهایت می‌رود، پس مدار به شکل مقابل درمی‌آید:



مقاومتی که از دو سر AB رو به بالا دیده می‌شود با مقاومتی که از سر CD رو به بالا دیده می‌شود برابر است،

چون اگر از بی‌نهایت یکی کم کنید باز هم بی‌نهایت می‌شود؛ پس می‌توان نوشت:

$$R_{eq} = R + R \parallel R_{eq} \Rightarrow R_{eq} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} R$$

که فقط مقاومت مثبت قابل قبول است.



خب پس حالا به راحتی R_{in} به دست می‌آید:

$$R_{in} = R \parallel R \parallel R_{eq} = 0.382 R$$

پس گزینه ۳ درست است.

ولی قبول کنید که طراح تست با گزینه‌هایی که داده بود، البته اگر بهشون توجه می‌کردید!!، کمک شایانی به شما



کرده بود.



آها! منظورتون اینه که باید از موازی شدن $R \parallel R = \frac{R}{2}$ با R_{eq} می‌فهمیدیم که حاصل باید از $0.5 R$ کوچک‌تر



باشد و گزینه ۳ تنها در این شرط صدق می‌کند.

بله، دقیقاً منظورم همین بود.

۶. گزینه ۲ درست است.

چرا نتوانیم؟ خُب تا کنید، بعد چی کار

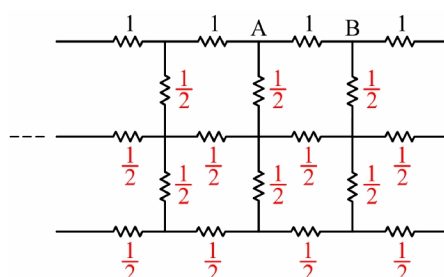


می‌کنید؟

خُب مدار که متقارن است، نمی‌توانیم آن را از



روی محور تقارنش تا کنیم؟



نمی‌دونم!؟



خوبه که یک روش برای شبکه‌های مقاومتی بی‌نهایت به



شما یاد بدم.

ببخشید استاد قبل از آن، مگه نمی‌شه یه منبع جریان یک آمپر دو سر AB در نظر گرفت و ولتاژ دو سرش را به



عنوان مقاومت معادل به دست آورد؟

خب ولتاژ دو سر این منبع را چگونه به دست می‌آورید؟





سخت نیست، مگه در هر شاخه $\frac{1}{4}A$ جریان نمی‌رود، پس ولتاژ دو سر منبع جریان، $\frac{1}{4}V$ می‌شود و گزینه ۳ درست

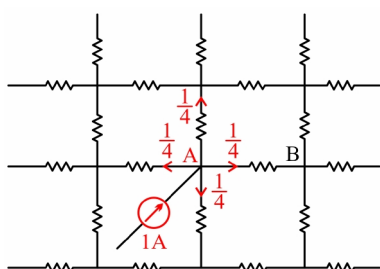
خواهد بود.



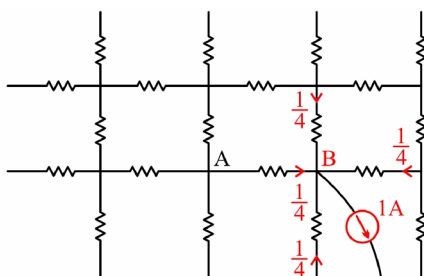
اشتباه‌تون اینجاست که با قرار دادن منبع جریان تقارن مدار به هم می‌خورد و مقاومتی که منبع جریان دو سرش

قرار دارد، با سه مقاومت دیگر متفاوت می‌شود و دیگه هر کدام $\frac{1}{4}A$ جریان ندارند.

روش حل این جور مسایل استفاده از توزیع منبع جریان است که در اینجا نقطه سوم را در بی‌نهایت در نظر می‌گیریم و به جای یک منبع حالا دو منبع داریم؛ یک منبع جریان یک آمپری از بی‌نهایت به نقطه A وارد می‌شود، پس با این شرایط از هر مقاومت $\frac{1}{4}A$ جریان می‌گذرد. این جریان‌ها در مقاومت‌های دیگر مدار هم تقسیم می‌شود و چون شبکه تا بی‌نهایت ادامه دارد، در نهایت جریان صفر می‌شود؛ پس این جریان یک آمپر ورودی در شبکه گم می‌شود.



پس تا حالا یک آمپر جریان به نقطه A وارد کرده‌ایم و سرنوشتش را دیدیم. حالا باید یک آمپر جریان هم از نقطه B خارج کنیم که باز هم به دلیل تقارن مدار از هر کدام از مقاومت‌های اطراف $\frac{1}{4}A$ جریان کشیده می‌شود.



پس در کل $\frac{1}{2}A$ جریان از مقاومت یک اهم بین AB می‌گذرد و ولتاژ آن $\frac{1}{2}V$ می‌شود، بنابراین گزینه ۲ درست است.

۷. گزینه ۳ درست است.

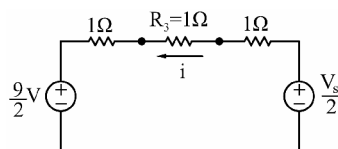


برای معادل بودن دو مدار، باید جریان مقاومت R_3 در مدار پایینی برابر 10 آمپر شود؛ به همین سادگی!

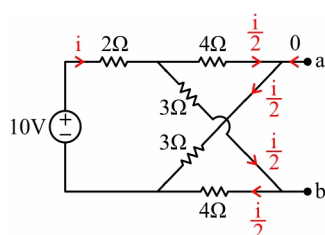


پس برویم i_{R3} را در این مدار حساب کنیم. اگر مدار معادل تونن طرفین R_3 را در مدار جایگزین کنیم، داریم:

$$i_{R3} = \frac{V_S - 9}{\frac{2}{3}} = 10 \Rightarrow V_S = 69 \text{ V}$$



۸. گزینه ۴ درست است.

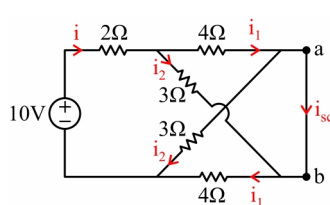


برای e_{oc} باید ولتاژ دو سر ab را در حالی که جریان ورودی شاخه‌های a و b صفر است، به دست آوریم. خب در این حالت مقاومت‌های 3Ω و 4Ω با هم سری شده، در نتیجه دو مقاومت موازی 7Ω داریم، پس به راحتی می‌توان جریان کل حلقه را به دست آورد:

$$i = \frac{10}{2 + 7 \parallel 7} = \frac{20}{11}$$

پس جریان هر کدام از شاخه‌های 7Ω ، $\frac{10}{11}$ می‌شود و داریم:

$$e_{oc} = V_{ab} = V_a - V_b = 3 \times \frac{10}{11} - 4 \times \frac{10}{11} = \frac{-10}{11} = -0.91 \text{ V}$$



برای i_{sc} هم باید جریان از a به b را هنگامی که a و b به هم وصل هستند به دست آوریم. با وصل کردن a و b به یکدیگر مقاومت 3Ω و 4Ω با یکدیگر موازی می‌شوند و باز جریان کل حلقه را به دست می‌آوریم:

$$i = \frac{10}{2 + 2(3 \parallel 4)} = 1.84 \text{ A}$$

چون این i ، همان i_{sc} است، پس گزینه ۲ درست است.



نه، فکر نمی‌کنم این i برابر i_{sc} باشد. $i = i_1 + i_2$ است ولی $i_{sc} = i_1 - i_2$ است. پس:

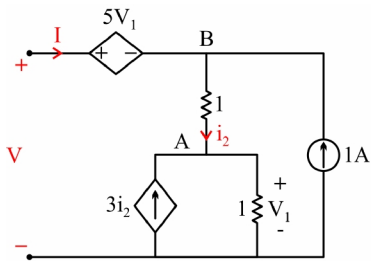
$$i_1 = \frac{3}{3+4} \times i, i_2 = \frac{4}{3+4} \times i \Rightarrow i_{sc} = -\frac{1}{7}i = -0.262 \text{ A}$$

البته اغلب در این فرم سؤالات مقاومت معادل را می‌یافتیم که حاصل تقسیم ولتاژ مدار باز به جریان اتصال کوتاه است،



ولی در این سؤال یافتن مقاومت معادل هم کار آسانی نبود و در ضمن می‌توان از این نکته استفاده کرد که به دلیل عدم وجود منبع وابسته مطمئناً مقاومت معادل مثبت است و در نتیجه گزینه‌های ۲ و ۳ اشتباه هستند.

۹. گزینه ۴ درست است.



باید مشخصه ولتاژ - جریان سمت راست مدار را به دست آوریم



و با مشخصه مقاومت قطع دهیم:

و با KCL بازی در گره A داریم:

$$V_1 = i_2 + 3i_2 = 4i_2$$

و حالا یک KVL در کل حلقه می‌زنیم:

$$V = 5V_1 + i_2 + V_1 = 6V_1 + i_2 = (6 \times 4 + 1)i_2 = 25i_2$$



با KCL بازی در گره B داریم:

$$i_2 = I + 1 \Rightarrow V = 25(I + 1)$$

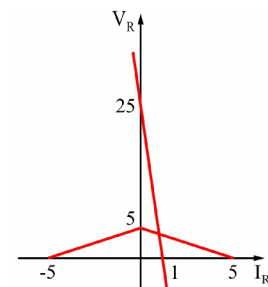
و حالا معادله خط به دست آمده را با مشخصه $V-I$ مقاومت قطع می‌دهیم.



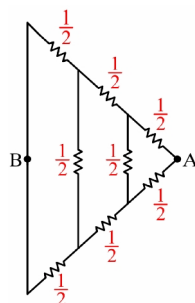
قبل از آن یادمان نرود که برای هم‌جریان شدن این دو قسمت باید I را در یک منفی ضرب کنیم که با I_R برابر

شود، پس $V = -25I + 25$ را با $V = -I + 5$ قطع می‌دهیم:

$$-25I + 25 = -I + 5 \Rightarrow -24I = -20 \Rightarrow I = \frac{5}{6} \rightarrow V_R = -\frac{5}{6} + 5 = \frac{25}{6}$$



۱۰. گزینه ۴ درست است.



مدار را از روی محور تقارنی که از AB می‌گذرد تا می‌کنیم.



و چون دو سر مقاومت‌های افقی هم روی یکدیگر می‌افتد، این مقاومت‌ها حذف می‌شوند.
حالا باید از روابط ستاره مثلث استفاده کرد؟



من پیشنهاد بهتری دارم باز هم مدار را از روی محور تقارنی که از AB می‌گذرد تا کنیم و این بار مقاومت‌های عمودی

حذف می‌شوند.

$$R_{AB} = \frac{3}{4} \Omega$$



۱۱. گزینه ۱ درست است.

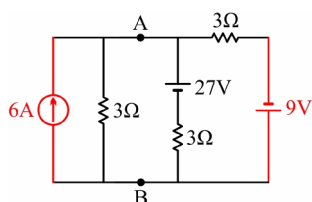


برای به دست آوردن R_{th} منابع مستقل را صفر می‌کنیم و شروع می‌کنیم به سری و موازی کردن.

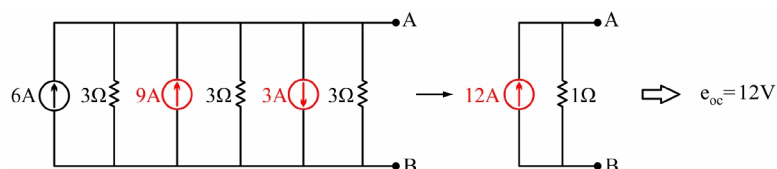


من به پیشنهاد دارم، بیاییم مدار را ساده کنیم؛ گفتیم هر چیزی

موازی با منبع ولتاژ و سری با منبع جریان قابل حذف است، پس مدار به صورت ساده مقابل درمی‌آید:



باقی کار ساده است؛ با تبدیل منابع ولتاژ به جریان داریم:



۱۲. گزینه ۱ درست است.

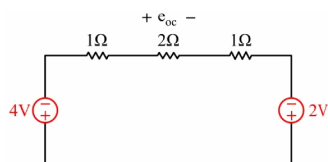


باید معادل تونن قسمت پایین مدار را به دست بیاوریم و با مشخصه مقاومت غیرخطی قطع کنیم. ابتدا منابع را صفر

می‌کنیم و مقاومت تونن را به دست می‌آوریم:

$$R_{th} = 2 \parallel 2 = 1 \Omega$$

و برای e_{oc} !

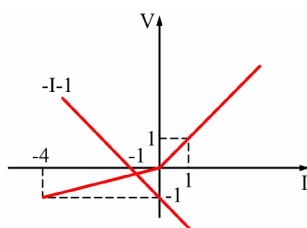


اگر چند بار از تبدیلات متوالی تونن - نورتن منابع استفاده کنیم، داریم:



و با یک تقسیم ولتاژ بین مقاومت‌های سری داریم:

$$\Rightarrow e_{oc} = (-4 + 2) \times \frac{2}{1 + 2 + 1} = -1$$



پس مشخصه $V-I$ مدار به صورت $V = I - 1$ است که باید بعد از عکس کردن جریانش با مشخصه مقاومت قطع شود.

از آنجا که نیم خط سمت چپ را قطع کرده است داریم:

$$-I - 1 = \frac{I}{4} \Rightarrow \frac{5}{4} I = -1 \Rightarrow I = -\frac{4}{5} = -0.8$$

۱۳. گزینه ۲ درست است.

به دست آوردن معادل تونن مدار سمت چپ که کار بسیار راحتی است:



$$R_{th} = 2K\Omega, \quad e_{oc} = \frac{V_s}{2} \Rightarrow V = 2I + \frac{V_s}{2} \quad (I \text{ برحسب میلی آمپر است.})$$

و چون I برحسب میلی آمپر است، به جای گذاشتن مقاومت‌ها برحسب اهم می‌توان معادل کیلو اهم آن‌ها را در نظر

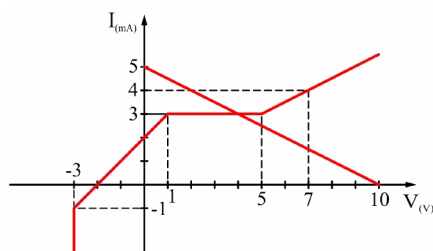


گرفت و حالا بعد از قرینه کردن جریان، آن را با مشخصه $I - V$ یک قطبی N قطع می‌دهیم:

$$V = -2I + 10 + 0.1 \cos 2t$$

با عبارت متغیر با زمان $0.1 \cos 2t$ چه باید کرد؟





این عبارت در مقابل $10 - 2I$ قابل صرف نظر کردن است؛

پس $V = -2I + 10$ را با مشخصه $I - V$ بالا قطع می‌دهیم.



$$\Rightarrow i = 3 \Rightarrow V = -2 \times 3 + 10 + 0.1 \cos 2t = 4 + 0.1 \cos 2t$$

۱۴. گزینه ۳ درست است.

درست بودن گزینه ۴ واضح است، مثلاً گزینه ۱ معادل نورتن مدار و گزینه ۲ معادل تونن مدار است.



چون در سؤال کلمه همواره آمده است، پس هر مداری را باید بتوان با این معادله‌ها نشان داد. ولی مثلاً یک منبع



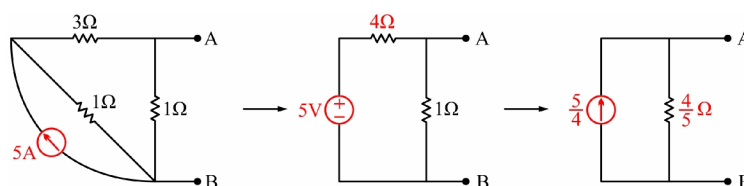
ولتاژ مستقل را چطور با گزینه ۱ نشان می‌دهید؟ برای یک منبع ولتاژ مستقل V مشخص است ولی I هر مقداری می‌تواند باشد، پس باید ضریب I صفر باشد درحالی‌که در گزینه ۱ ضریب I ، ۱ است و قابل صفر شدن نیست؛ به عبارتی دیگر منبع ولتاژ مستقل معادل نورتن ندارد و منبع جریان مستقل معادل تونن ندارد. بنابراین گزینه ۳ درست است.

۱۵. گزینه ۱ درست است.

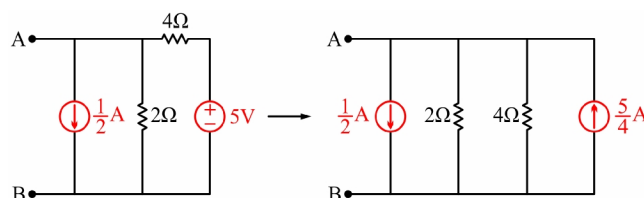


اگر به مقدار با منابع و مقاومت‌ها بازی کنیم و از تبدیل‌های متوالی تونن - نورتن استفاده کنیم حل می‌شود. مثلاً

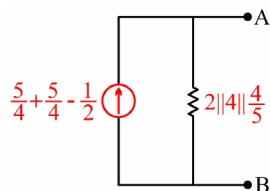
برای طرف چپ AB:



و برای قسمت راست AB:



پس کلاً داریم:

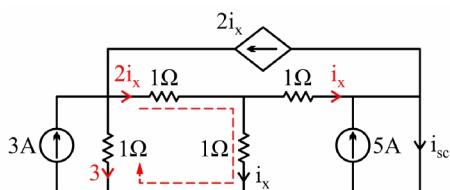


$$V_{AB} = \left(\frac{5}{4} + \frac{5}{4} - \frac{1}{2} \right) \left(2 \parallel 4 \parallel \frac{4}{5} \right) = 1$$

۱۶. گزینه ۳ درست است.



با این همه منبع و متغیر جریان KCL بازی و KVL در حلقه خوب احتمالاً بهترین راه حل است.



مؤافقم، شروع کنیم؛ تازه شاخه اتصال کوتاه شده باعث



موازی شدن دو مقاومت 1Ω سمت راست شده است، پس جریان مقاومت افقی هم i_x است.

بعد با KCL بازی داریم:



$$i_{sc} = 5 + i_x - 2i_x = 5 - i_x$$

و اگر i_x را به دست بیاوریم تمام می شود.



پس KCL بازی ها را ادامه بدهیم و بعد یک KVL در حلقه سمت چپ.

$$2i_x + i_x - 3 = 0 \Rightarrow i_x = 1A \Rightarrow i_{sc} = 5 - i_x = 4A$$

۱۷. گزینه ۳ درست است.



مگر مداری که معادل تونن نداشته باشد هم داریم، که در گزینه ۴ گفته شده است.



بله، منبع جریان ایده آل معادل تونن ندارد، و؟



منبع ولتاژ ایده‌آل هم معادل نورتن ندارد.



اگر منبع ولتاژ را اتصال کوتاه کنیم برای یافتن مقاومت معادل:

$$5V_x = -V_x \Rightarrow V_x = 0$$

پس مقاومت تونن صفر است.



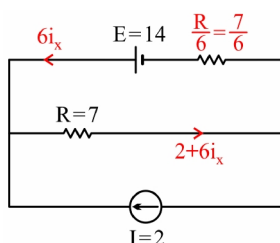
برای V_{th} یا همان e_{oc} هم داریم:

$$\left. \begin{array}{l} V_{th} = 5V_x \\ KVL: E = V_x + 5V_x = 6V_x \end{array} \right\} \Rightarrow V_{th} = 5 \frac{E}{6}$$

۱۸. گزینه ۱ درست است.



مدار متقارن داریم و می‌توانیم از وسط تاش کنیم.



من فکر بهتری دارم، 6 تا شاخه مشابه موازی داریم:



حال با KCL بازی و KVL در حلقه خوب:

$$7(2 + 6i_x) + \frac{7}{6}6i_x - 14 = 0 \Rightarrow +42i_x + 7i_x = 0 \Rightarrow i_x = 0$$

۱۹. گزینه ۲ درست است.

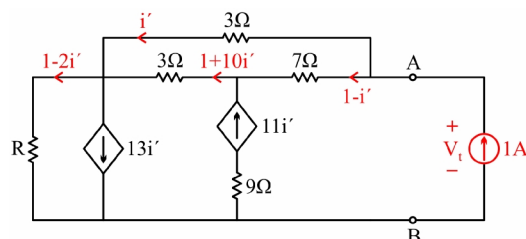


منبع مستقلی وجود ندارد تا صفر شود، پس منبع جریان $I_t = 1A$ را قرار می‌دهیم و به دنبال V_t می‌گردیم.



با KCL بازی کردن و KVL زدن در حلقه بالایی i' به دست می‌آید.

$$7(1 - i') + 3(1 + 10i') - 3i' = 0 \Rightarrow i' = -\frac{1}{2}$$



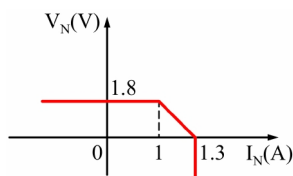
و با KVL در حلقه اصلی هم V_t پیدا می‌شود که برابر همان مقاومت معادل است.

$$R_{eq} = V_t = 3i' + R(1 - 2i') = 2R - 1.5$$

۲۰. گزینه ۴ درست است.



در این فرم تست‌ها باید مشخصه $V-I$ مدار سمت راست را هم به دست

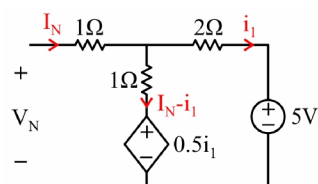


بیاوریم و با مشخصه شبکه N به دلیل داشتن ولتاژ و جریان مشابه قطع دهیم تا از نقطه تقاطع، ولتاژ و جریان مشترک پیدا شود.



پس شروع کنیم به KCL بازی کردن و KVL نوشتن.

$$V_N = I_N + I_N - i_1 + 0.5i_1 = 2I_N - 0.5i_1$$



و برای یافتن i_1 یک KVL در حلقه سمت راست بنویسیم:

$$2i_1 + 5 - 0.5i_1 - I_N + i_1 = 0 \Rightarrow i_1 = \frac{2}{5}(I_N - 5) = \frac{2}{5}I_N - 2$$

با جایگذاری رابطه به دست آمده در اولین معادله خواهیم داشت:

$$V_N = \frac{9}{5} I_N + 1$$

با رسم تقریبی خط به دست آمده می‌بینیم که با خط $V_N = 1.8$ قطع پیدا کرده است، پس:

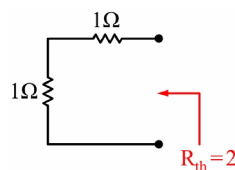
$$1.8 = \frac{9}{5} I_N + 1 \Rightarrow I_N = \frac{4}{9} A$$

۲۱. گزینه ۴ درست است.



اولین قدم صفر کردن منبع مستقل است. پس منبع I_S مدار باز می‌شود و داریم:

$$i_x = 0 \Rightarrow 3i_x = 0$$



آنقدر سؤال ساده بود که به قدم بعدی، که استفاده از روش I_t و V_t است، احتیاجی نشد.

۲۲. گزینه ۳ درست است.



i_{sc} را به دست بیاوریم و با $\frac{V_{th}}{R_{th}}$ در گزینه‌ها آن را چک کنیم.



البته V_{th} هم در همه گزینه‌ها متفاوت است، پس فقط کافیت به دنبال آن بگردیم که دیگه نیازی به چک کردن

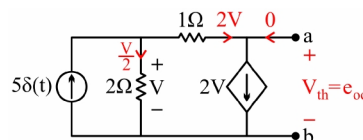
حاصل تقسیم هم نباشد.



درسته، حالا KCL بازی کنیم و KVL بزنینم:

$$e_{oc} = -2V + V = -V$$

$$KCL: 5\delta(t) = 2V + \frac{V}{2} \Rightarrow V = 2\delta(t) \Rightarrow e_{oc} = -2\delta(t)$$



۲۳. گزینه ۲ درست است.



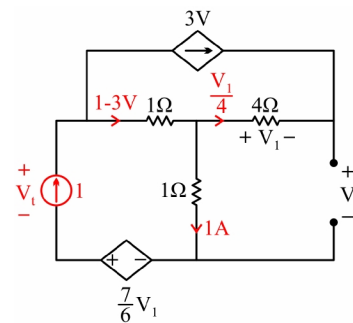
باید منابع مستقل را صفر کنیم و بعد $I_t = 1A$ بگذاریم و به دنبال V_t باشیم.



با KCL بازی کردن و KVL زدن داریم:

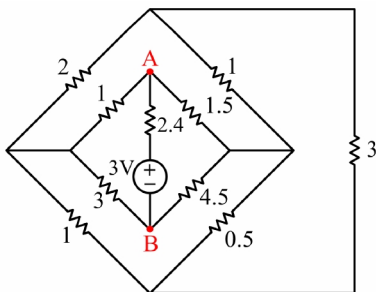
$$\left. \begin{array}{l} \text{KCL: } 3V = \frac{-V_1}{4} \Rightarrow V_1 = -12V \\ \text{KVL: } V = -V_1 + 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} V = -\frac{1}{2} \\ V_1 = \frac{12}{11} \end{array}$$

$$\text{KVL: } V_t = 1 - 3V + 1 - \frac{7}{6} V_1 = 1 \Rightarrow R_{eq} = \frac{V_t}{I_t} = 1\Omega$$



خودآزمایی فصل دوم

۱. معادل تونن مدار داده شده از سرهای A و B کدام است؟



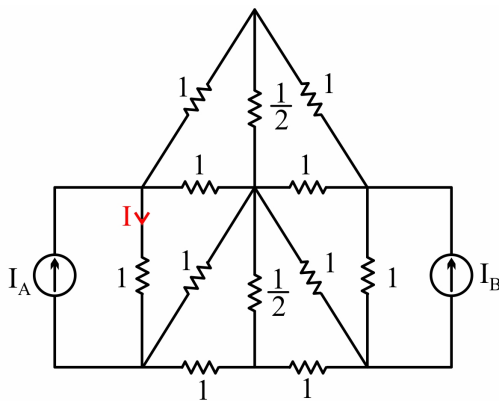
$$V = 1.4i + 1.5 \quad (۱)$$

$$V = 1.2i + 1.5 \quad (۲)$$

$$V = 1.4i + 1 \quad (۳)$$

$$V = 1.2i + 1 \quad (۴)$$

۲. مقدار جریان I را بدست آورید. $(I_A \neq I_B)$



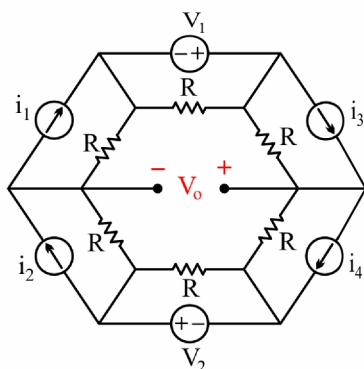
$$I = \frac{1}{28} (15I_A + I_B) \quad (۱)$$

$$I = \frac{1}{14} (15I_A + I_B) \quad (۲)$$

$$I = \left(\frac{15I_B + I_A}{28} \right) \quad (۳)$$

$$I = \frac{2}{7} (I_A + I_B) \quad (۴)$$

۳. در مدار شکل فوق، میزان V_o چقدر است؟



$$\frac{1}{2} \left[(V_1 + V_2) + R(i_1 + i_3 - i_2 - i_4) \right] \quad (۱)$$

$$\left[(V_1 - V_2) + \frac{R}{2}(i_1 + i_3 - i_2 - i_4) \right] \quad (۲)$$

$$\frac{1}{2} \left[(V_1 - V_2) + R(i_1 + i_3 - i_2 - i_4) \right] \quad (۳)$$

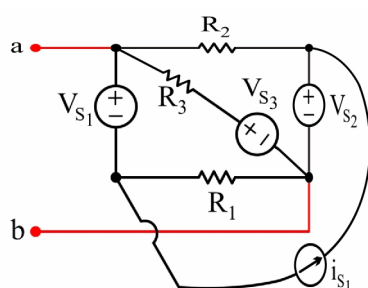
$$\frac{1}{2} \left[(V_1 + V_2) + R(i_1 + i_3 - i_2 - i_4) \right] \quad (۴)$$

۴. معادل تونن از دو سر a و b کدام است؟

$$R_2 = 3 \quad V_{s1} = 8 \quad i_{s1} = 2$$

$$R_3 = 6 \quad V_{s2} = 9$$

$$R_1 = 2 \quad V_{s3} = 6$$



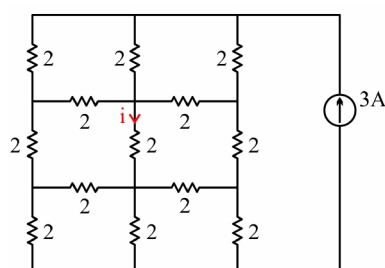
$$R_{th} = \frac{2}{3}, V_{th} = 9 \quad (۱)$$

$$R_{th} = \frac{3}{2}, V_{th} = 9 \quad (۲)$$

$$R_{th} = 1, V_{th} = \frac{9}{3} \quad (۳)$$

$$R_{th} = 1, V_{th} = 6 \quad (۴)$$

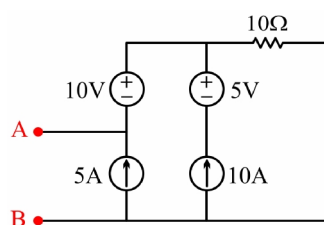
۵. در مدار زیر مقدار جریان i کدام است؟



$$0A \quad (۲) \quad 1A \quad (۱)$$

$$1.5A \quad (۴) \quad 0.5A \quad (۳)$$

۶. مدار معادل تونن از دید AB برابر است با:



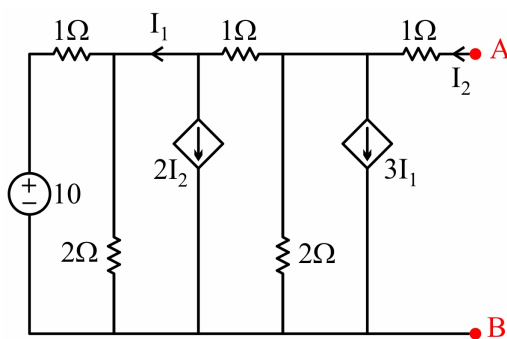
$$R_{th} = 10 \Omega, V_{th} = 135V \quad (۱)$$

$$R_{th} = 10 \Omega, V_{th} = 145V \quad (۲)$$

$$R_{th} = 10 \Omega, V_{th} = 160V \quad (۳)$$

$$(۴) \text{ هیچ کدام}$$

۷. جریان معادل نورتن از دو سر A, B کدام است؟



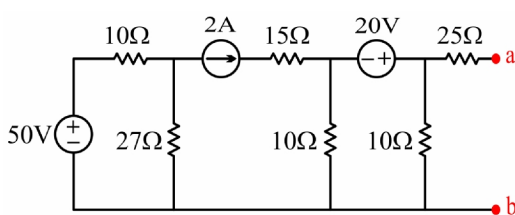
$$\frac{140}{23} \quad (۱)$$

$$\frac{160}{67} \quad (۲)$$

$$\frac{180}{23} \quad (۳)$$

$$\frac{67}{160} \quad (۴)$$

۸. برای مدار مقابل، مدار معادل تونن را از دید دو نقطه‌ی a, b تعیین نمایید.



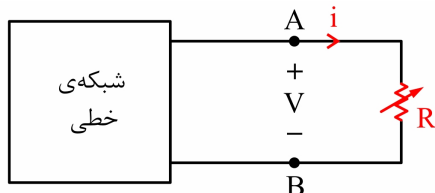
$$v_{Th} = 20\text{V}, R_{Th} = 30\Omega \quad (۱)$$

$$v_{Th} = 20\text{V}, R_{Th} = 65\Omega \quad (۲)$$

$$v_{Th} = 25\text{V}, R_{Th} = 30\Omega \quad (۳)$$

$$v_{Th} = 10\text{V}, R_{Th} = 25\Omega \quad (۴)$$

۹. در شبکه‌ی نشان داده شده، اگر R بی‌نهایت باشد، ولتاژ V برابر 10 ولت است و اگر R صفر شود، جریان i برابر 2.5 آمپر می‌گردد. حال اگر مقاومت R برابر 1Ω باشد، جریان i چقدر می‌شود؟



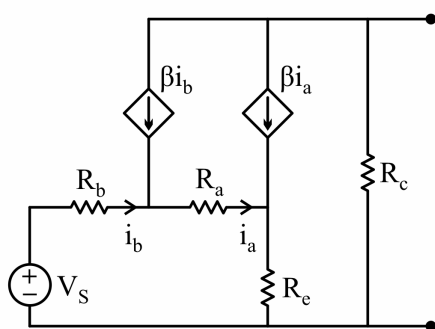
$$2\text{A} \quad (۱)$$

$$5\text{A} \quad (۲)$$

$$1\text{A} \quad (۳)$$

$$\text{صفر} \quad (۴)$$

۱۰. مدار معادل تونن دیده شده در سرهای A و B مدار را تعیین کنید؟



$$R_{th} = R_c$$

$$V_{th} = \frac{-V_s(\beta+2)}{R_b + (\beta+1)R_a + (\beta+1)^2 R_e} \quad (۱)$$

$$R_{th} = (\beta+1)R_c$$

$$V_{th} = \frac{V_s\beta(\beta+2)R_c}{R_b + (\beta+1)R_a + (\beta+1)^2 R_e} \quad (۲)$$

$$R_{th} = R_c$$

$$V_{th} = \frac{-V_s\beta(\beta+2)R_c}{R_b + (\beta+1)R_a + (\beta+1)^2 R_e} \quad (۳)$$

$$R_{th} = \beta R_c$$

$$V_{th} = \frac{-\beta V_s(\beta+2)R_c}{R_b + (\beta+1)R_a + (\beta+1)^2 R_e} \quad (۴)$$

فصل ۳ مدارهای مرتبه اول

مقدمه

تا امروز آن چه دیدیم عناصر بی حافظه بودند؛ یعنی مقاومت و منابع. از این جلسه به بعد قدری با کلاس تر می شویم؛ یعنی با عناصر جدیدی آشنا می شویم؛ به نام خازن و سلف و آنها را درون مدارها به کار می گیریم. تا قبل از این جلسه؛ روابط بین ولتاژ و جریان عناصر به صورت جبری بود، بنابراین معادلات ناشی از KCL و KVL و... همگی جبری می شدند؛ اما با ورود حضرات سلف و خازن به مدارات ما، روابط به صورت معادلات دیفرانسیلی و یا انتگرالی می شود. اگر معادله توجیه کننده یک مدار به صورت معادله دیفرانسیل مرتبه اول باشد؛ به آن مدار، مرتبه اول می گوییم. این فصل مقدمه بسیار مهمی برای مدارهای علمی می باشد و اگر مدارهای مرتبه اول را خوب بفهمیم کارمان در مدارهای مرتبه دوم و سوم و... خیلی روان خواهد بود.

۱-۳ خازن و سلف



ابتدا به معرفی این دو عنصر مهم الکترونیکی می پردازیم. فرق مهم این عناصر با مقاومت در آن است که این ها حافظه

دارند، می دانید یعنی چه؟



یعنی مقدار ولتاژ (یا جریان) در آنها به مقادیر گذشته جریان (یا ولتاژ) بستگی دارد.



اصلاً به همین دلیل است که برای خازن عبارت ولتاژ اولیه و برای سلف، کلمه جریان اولیه معنی دارد. در مقاومت

چنین چیزی نداشتیم.



بله، نداشتیم و نداریم.

۱-۱-۳ روابط و اتصالات خازن‌ها



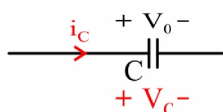
حال به بررسی روابط و فرمول‌های خازن می‌پردازیم. خازن را خوب یاد بگیرید؛ سلف هم خیلی به آن شبیه است. (به

قول بزرگان! دوگان یکدیگرند.

$$q = C \times V \quad \text{رابطهٔ اساسی} \quad (۱-۳)$$

که در آن q (بار الکتریکی) برحسب کولن و C (ظرفیت خازن) برحسب فاراد و V (ولتاژ) برحسب ولت است. (قبول دارم این قسمت بسیار مبتدیانه و ساده بود!)

آنچه مهم است روابط ولتاژ و جریان است به شرح ذیل:



شکل (۱-۳) خازن

$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{dV}{dt} \quad (۲-۳)$$

$$V = V_0 + \frac{1}{C} \int_0^t i \cdot dt \quad (۳-۳)$$

و در مورد انرژی:

$$W = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} q \cdot V \quad (۴-۳)$$

پس هر خازن با دو مشخصه، معرفی می‌شود؛ کدام‌ها؟

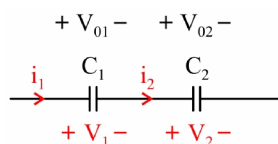


یکی ظرفیت خازن و دیگری ولتاژ اولیهٔ آن؛ اولی مربوط به ساختمان خازن و دومی مربوط به مداری است که خازن

در آن شارژ شده است.



مبحث بعدی به هم‌بستن خازن‌هاست که حدس می‌زنم به خوبی بلد باشید جمع‌بندی آن را بیان کنید



شکل (۲-۳) به هم‌بستن سری خازن‌ها



ابتدا

$$\begin{cases} V_t = V_1 + V_2 + \dots & (۵-۳) \\ I_t = i_1 = i_2 = \dots & (۶-۳) \end{cases}$$

و در نتیجه با توجه به رابطه اساسی:



$$C_t = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots \right)^{-1} \quad (۷-۳)$$

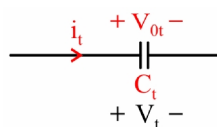
قبل از آنکه سراغ موازی برویم، یک سؤال اساسی! این خازن معادل چه ولتاژ اولیه‌ای دارد؟

خیلی ساده است. چون خازن‌ها سری‌اند، شبیه رابطه ۵-۳ خواهیم داشت:



$$V_{0t} = V_{01} + V_{02} + \dots \quad (۸-۳)$$

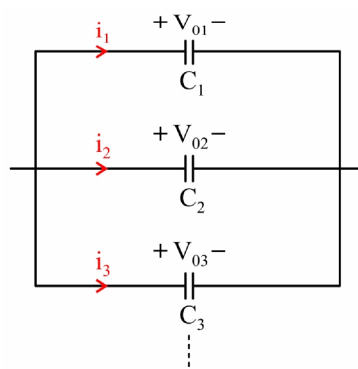
و در یک نگاه:



شکل (۳-۳) خازن معادل در حالت سری



و برای حالت



شکل (۴-۳) به هم بستن موازی خازن‌ها

در این حالت داریم:



$$\begin{cases} i_t = i_1 + i_2 + \dots & (۹-۳) \\ V_t = V_1 = V_2 = \dots & (۱۰-۳) \end{cases}$$

و در نتیجه:

(۱۱-۳)

$$C_t = C_1 + C_2 + \dots$$

باز همان سؤال قبلی، در اینجا ولتاژ اولیه کل چقدر می‌شود؟



این شد یک سؤال اساسی! پس حالا نوبت من است. در اینجا از اصل بقای بار استفاده می‌کنیم:



$$q_{0t} = q_{01} + q_{02} + \dots = C_1 V_{01} + C_2 V_{02} + \dots$$

(۱۲-۳)

$$C_t = C_1 + C_2 + \dots$$

(۱۳-۳)

پس طبق رابطه اساسی خازن داریم:

$$V_{0t} = \frac{q_{0t}}{C_t} = \frac{\sum_i C_i V_{0i}}{\sum_i C_i}$$

(۱۴-۳)

بسیار عالی است و این ولتاژ V_{0t} ولتاژ اولیه مشترک تک تک خازن‌هاست. فقط یادتان باشد که علامت جمع در



رابطه (۱۲-۳) جمع جبری است یعنی باید به پلاریته ولتاژها دقت داشت.

یک سؤال! یعنی اگر خازن‌های از قبل شارژ شده را با هم موازی کنیم، برای هم‌پتانسیل شدن خازن‌ها بارها حرکت



می‌کنند؟



قطعاً!

پس انرژی حرکت این بارها از کجا می‌آید؟



من شروع می‌کنم به توضیح، هرچا متوجه شدید، ادامه بدهید. به مجموع انرژی خازن‌ها، قبل و بعد از اتصال دقت کنید.





ادامه ندهید. من متوجه شدم، انرژی با توجه به شکل (۳-۴) قبل از اتصال خازن‌ها برابر است با:

$$W_{\text{قبل اتصال}} = \frac{1}{2} C_1 V_{01}^2 + \frac{1}{2} C_2 V_{02}^2 + \dots \quad (۱۵-۳)$$

و انرژی پس از اتصال خازن‌ها برابر است با:

$$W_{\text{بعد از اتصال}} = \frac{1}{2} C_t V_{0t}^2 = \frac{1}{2} (C_1 + C_2 + \dots) \left(\frac{C_1 V_{01} + C_2 V_{02} + \dots}{C_1 + C_2 + \dots} \right)^2 \quad (۱۶-۳)$$

به راحتی می‌توان دید که:

$$W_{\text{بعد اتصال}} < W_{\text{قبل اتصال}} \quad (۱۷-۳)$$

این اختلاف انرژی ΔW صرف حرکت بارها جهت هم‌پتانسیل شدن خازن‌ها می‌شود.

$$\Delta W = W_{\text{قبل اتصال}} - W_{\text{بعد اتصال}} \quad (۱۸-۳)$$



و به صورت گرما در سیم‌ها ظاهر می‌شود، که البته اگر دقت کنید می‌بینید که این جریان از جنس ضربه یا همان

جرقه است.

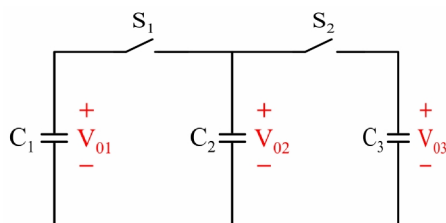
فقط می‌ماند روابط تقسیم بار و تقسیم ولتاژ در خازن‌های موازی و سری:

$$q_1 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} q_t \quad \text{و} \quad q_2 = \dots \quad \text{تقسیم بار در خازن‌های موازی} \quad (۱۹-۳)$$

$$V_1 = \frac{C_2}{C_1 + C_2} V_t \quad \text{و} \quad V_2 = \dots \quad \text{تقسیم ولتاژ در خازن‌های سری} \quad (۲۰-۳)$$



۱- در مدار زیر $C_1 = 2F$ ، $C_2 = 1F$ و $C_3 = 3F$ و ولتاژ اولیه آن‌ها برابر است با $V_{01} = 3V$ ، $V_{02} = 4V$ و $V_{03} = 2V$ (با پلاریته نشان داده شده روی شکل) کلیدهای S_1 و S_2 در لحظه $t = t_0$ همزمان بسته می‌شوند. انرژی ذخیره شده در مدار در t_0^- تا t_0^+ چه تغییری می‌کند؟



شکل (۳-۵) مدار تمرین ۱



با توجه به روابط (۱۵-۳)، (۱۶-۳) و (۱۸-۳) داریم:

$$t = t_0^- ; W = 9 + 8 + 6 = 23 \text{ j}$$

$$t = t_0^+ ; W = \frac{1}{2} (2+1+3) \times \left(\frac{6+4+6}{2+1+3} \right)^2 = \frac{64}{3} \text{ j}$$

$$\Delta W = 23 - \frac{64}{3} = \frac{5}{3} \text{ j}$$



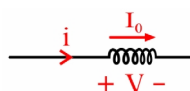
ملاحظه می کنید که این نوع مسئله ها بسیار ساده اند.

۲-۱-۳ روابط و اتصالات سلف ها

حال که روابط خازن را آموختید، در مورد سلف به اشاراتی اکتفا می کنیم:

(۲۱-۳)

رابطه اساسی $\phi = LI$



شکل (۶-۳) سلف !

ϕ (شار) برحسب ویر و L (اندوکتانس) برحسب هانری و I (جریان) برحسب آمپر است.

و برای روابط ولتاژ و جریان:

$$V = \frac{d\phi}{dt} = L \frac{di}{dt}$$

(۲۲-۳)

$$i = I_0 + \frac{1}{L} \int V \cdot dt$$

(۲۳-۳)

و برای انرژی:

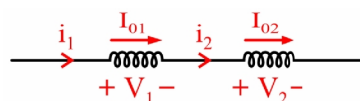
$$W = \frac{1}{2} Li^2$$

(۲۴-۳)

سلف هم دو عامل مشخص کننده دارد؛ اندوکتانس و جریان اولیه.



به هم بستن:



شکل (۷-۳) به هم بستن سری سلف ها

$$L_t = L_1 + L_2 + \dots$$

(۲۵-۳)

حالا بگویید جریان اولیه مشترک چه می شود؟



حتماً در اینجا با توجه به اصل بقای شار می‌گوییم:

$$I_{0t} = \frac{\Phi_{0t}}{L_t} = \frac{L_1 I_{01} + L_2 I_{02} + \dots}{L_1 + L_2 + \dots} \quad (26-3)$$

در صورت کسر رابطه (26-3)، علامت + به معنی جمع جبری است. (یعنی باید به جهت جریان‌ها توجه داشت). مثلاً اگر مخالف بودند، روی یکدیگر اثر تضعیفی دارند.

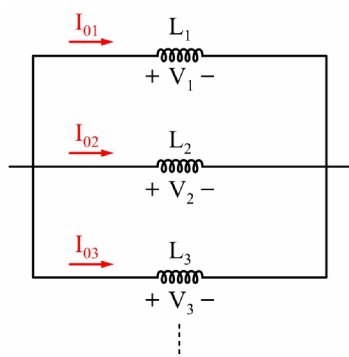


پس به دو اتفاق باید حساس بود. کدام اتفاق‌ها؟



سری شدن سلف‌های از قبل شارژشده با یکدیگر و موازی شدن خازن‌های از پیش شارژشده با هم، که من بارها

دیدهام وقتی حواسم به آن‌ها نباشد، پس از حل مسئله دچار یأس فلسفی شده‌ام.



را بررسی می‌کنیم:



و بالاخره حالت

شکل (۸-۳) به هم بستن موازی سلف‌ها

$$L_t = \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots \right)^{-1} \quad (27-3)$$

و جریان اولیه سلف معادل برابر است با:

$$I_{0t} = I_{01} + I_{02} + \dots \quad (28-3)$$

در حالت سری در اینجا نیز یک انرژی تلفاتی داریم که به شرح زیر به دست می‌آید:

$$W_{\text{قبل اتصال}} = \frac{1}{2} L_1 I_{01}^2 + \frac{1}{2} L_2 I_{02}^2 + \dots \quad (29-3)$$

$$W_{\text{بعد اتصال}} = \frac{1}{2} L_t I_{0t}^2 = \frac{1}{2} (L_1 + L_2 + \dots) \left(\frac{L_1 I_{01} + L_2 I_{02} + \dots}{L_1 + L_2 + \dots} \right)^2 \quad (30-3)$$

$$\Delta W = W_{\text{بعد اتصال}} - W_{\text{قبل اتصال}} \quad (31-3)$$

در نهایت برای تقسیم شار و تقسیم جریان خواهیم داشت:

$$\varphi_1 = \frac{L_1}{L_1 + L_2} \varphi_t, \quad \varphi_2 = \dots \quad \text{تقسیم شار در سلف‌های سری} \quad (32-3)$$

$$I_1 = \frac{L_2}{L_1 + L_2} I_t \quad \text{و} \quad I_2 = \dots \quad \text{تقسیم جریان در سلف‌های موازی} \quad (33-3)$$

حال به بررسی مدارهایی می‌پردازیم که شامل یک سلف یا یک خازن و سایر عناصر مقاومتی و منبع وابسته و مستقل باشند.

۲-۳ مدارهای مرتبه اول

مداری مرتبه اول است که معادله دیفرانسیل آن مرتبه اول شود؛ به عبارت دیگر شامل یک خازن مستقل یا یک سلف



مستقل باشد و...

قبل از اینکه شروع کنید، سؤال دارم؛ اگر مداری شامل n تا سلف یا n تا خازن سری و یا موازی باشد، دیگر مرتبه اول



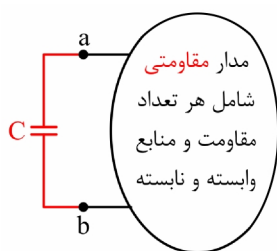
نیست؟

از نوع سؤال پیداست که پاسخ را می‌دانی؛ اصلاً سؤال بسیار خوبی هم مطرح شد! گاهی در یک مسئله با شرایطی



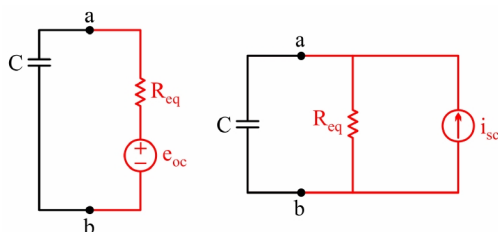
(خصوصاً با کلیدزنی) چند خازن یا سلف با هم سری یا موازی می‌شوند، در این حالت باز مدار مرتبه اول است و از قوانین مدارهای مرتبه اول تبعیت می‌کند.

گفته شد که در این مدارها معادله دیفرانسیل، مرتبه اول می‌شود. حالا مثلاً یک مدار مرتبه اول خازنی در نظر بگیرید که خازن را از آن بیرون کشیده و پشت سرمان قرار داده‌ایم.



شکل (۹-۳) یک مدار مرتبه اول خازنی

می‌توان مدار شکل (۳-۹) را به هر یک از صورت‌های زیر ساده کرد:



شکل (۳-۱۰) مدارهای معادل شبکه شکل (۳-۹)

حال اگر تحلیل همین دو نوع مدار ساده را یاد بگیریم، مسئله حل است. آیا معنی این اسم‌ها را می‌دانید؟ پاسخ ورودی صفر، پاسخ حالت صفر و پاسخ کامل

معنی آن‌ها در خود اسمشان مشخص است؛ یعنی به قول شما اسمشان سرخ‌پوستی است؛ پاسخ ورودی صفر یعنی



پاسخ، وقتی ورودی صفر است، یعنی فقط ناشی از شرایط اولیه و پاسخ حالت صفر، یعنی زمانی که شرایط اولیه صفر است، به عبارت دیگر فقط ناشی از ورودی و پاسخ کامل هم معلوم است دیگر!



روش کلی حل مدارهای شامل سلف و خازن (از هر مرتبه‌ای) در قدم اول نوشتن معادله دیفرانسیل و سپس حل آن

است. من نیز قصد داشتم ابتدا یکی دو مثال را به این روش مرسوم حل کنم تا ببینید کار نسبتاً زمان‌بری است، ولی فرض می‌کنم که این روش را به یاد دارید و فوراً سراغ رابطه‌ای می‌روم که ما را سریع‌تر به پاسخ برساند. من نام این رابطه را رابطه طلایی گذاشته‌ام.

در مدارهای مرتبه اول خطی (تأکید می‌کنم خطی) و با ورودی DC (باز تأکید می‌کنم با ورودی DC) پاسخ کامل از رابطه طلایی زیر به دست می‌آید:



$$y(t) = (y(0) - y(\infty)) e^{-\frac{t}{\tau}} + y(\infty) \quad (3-34)$$

که y هر سیگنالی می‌تواند باشد، (ولتاژ یا جریان) قبل از آنکه جلوتر برویم، دو سه دقیقه به رابطه بالا فکر کنید. اجزای این رابطه را خوب خوب بشناسید: τ یا ثابت زمانی؛ در موردش چه می‌دانید؟



ثابت زمانی فقط مختص مدارهای مرتبه اول است و طوری که هر مدار پس از مدت زمانی در حدود ۴ الی ۵ برابر آن

به مقدار دائمی یا نهایی یا ماندگار خود می‌رسد و برابر است با:

$$\tau^s = \begin{cases} R_{eq}^{\Omega} \times C^F & \text{برای مدار RC} \\ L^H / R_{eq}^{\Omega} & \text{برای مدار RL} \end{cases} \quad (3-35)$$

که در آن R_{eq} مقاومت معادل دیده شده از دو سر خازن یا سلف است.



یک جمله می‌گویم، رویش حسابی فکر کنید؛ بعداً به شدت به درد ما می‌خورد. حالا که این‌طور شد، از این به بعد به

زمان‌های بزرگ‌تر از 5τ می‌گوییم بی‌نهایت! البته بی‌نهایت فیزیکی؛ یعنی ممکن است این بی‌نهایت کمتر از میلی ثانیه هم باشد! پس به دست آوردن ثابت زمانی معادل است با:

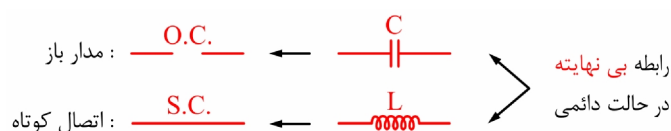


یافتن مقاومت معادل دیده شده از دو سر خازن یا سلف و همان حرف‌های قدیمی ...



$y(0)$ و $y(\infty)$ را خودم باید بگویم، شما هم خوب دقت کنید.

$y(\infty)$ یعنی مقدار ولتاژ یا جریان در حالت دائمی، برای به دست آوردن آن از رابطه بی‌نهایت! استفاده می‌کنیم:



اگر متوجه شدید یک‌بار توضیح دهید.

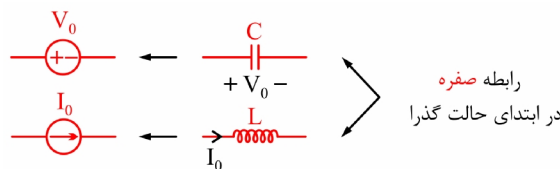


یعنی ابتدا به جای سلف، اتصال کوتاه و به جای خازن، مدار باز می‌گذاریم و پس از این تغییرات مدار را تحلیل می‌کنیم

تا سیگنال مورد نظر در حالت دائمی به دست آید.



دقیقاً درست است و اما برای $y(0)$ از رابطه صفره بهره می‌گیریم:



یعنی به جای خازن، یک منبع ولتاژ با مقدار V_0 و به جای سلف، یک منبع جریان با مقدار I_0 می‌گذاریم و با تحلیل

مدار به $y(0)$ می‌رسیم. اما اگر خازن یا سلف بدون شرایط اولیه بود، چطور؟



خوب واضح است دیگر، یعنی منابع صفر می‌شوند؛ یعنی:

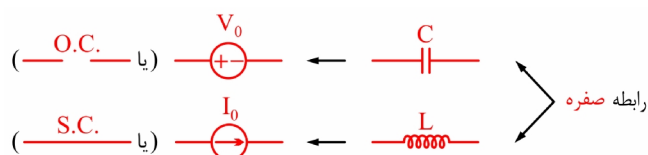


فهمیدم! یعنی به جای خازن، اتصال کوتاه (منبع ولتاژ صفرشده) و به جای سلف، مدار باز (منبع جریان صفرشده)

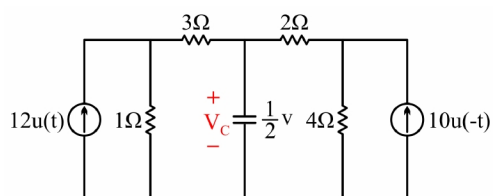
قرار می‌دهیم و ادامه همان حرف‌ها.....



پس یک‌بار دیگر تکمیل می‌کنیم:



البته از حالا ذهنتان را آماده کنید؛ لحظه‌ی صفر یعنی کلیدزنی. اما ما در اصل دو جور صفر داریم؛ یکی 0^- که بلافاصله قبل از کلیدزنی است و یکی 0^+ که بلافاصله پس از کلیدزنی است. روشن است که برای پیدا کردن $y(0^-)$ باید از رابطه بی‌نهایت استفاده کنیم و برای به دست آوردن $y(0^+)$ باید از رابطه صفره کمک بگیریم، یعنی جنس 0^- از نوع ∞ است؛ یعنی بی‌نهایت ثانیه پس از $-\infty$ اما 0^+ از جنس صفر است؛ لطفاً این حرف‌ها را یکبار خودتان تکرار کنید.

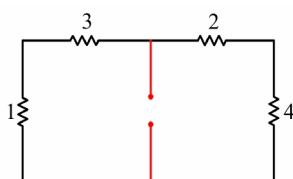


شکل (۱۱-۳) مدار تمرین ۲

۲- معادله V_c را بیابید.



ابتدا یافتن τ :



که بسیار هم ساده است؛ از دو سر خازن R_{eq} را پیدا می‌کنیم:

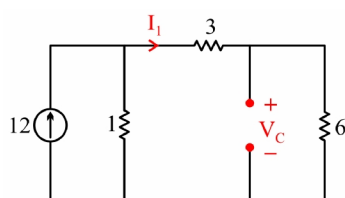


شکل (۱۲-۳) مقاومت دیده‌شده از دو سر خازن

$$R_{eq} = 4 \parallel 6 = 2.4 \Omega$$

$$\tau = R_{eq} \cdot C = 2.4 \times 0.5 = 1.2 \text{ S}$$

و سپس $y(\infty)$:



به کمک رابطه بی‌نهایت و اینکه منبع $10u(-t)$ در آن زمان صفر

است، مدار به این شکل شده:



شکل (۱۳-۳) یافتن V_c در حالت دائمی

$$I_1 = \frac{1}{9+1} \times 12 = 1.2 \text{ A}$$

$$V_c(\infty) = 6 I_1 = 7.2 \text{ V}$$

و برای $y(0)$ ؛

خوب به کمک رابطه صفره و ...





ادامه ندهید! خوب دقت کنید، در اینجا صفر به چه معنی است؟ در پاسخ به این سؤال، نکته خیلی مهمی نهفته است!



فهمیدم، خیلی جالب است! ابتدا $V_C(0^-)$ را پیدا می‌کنیم و با توجه به پیوستگی ولتاژ خازن $V_C(0^+)$ را هم

داریم و برای پیدا کردن $y(0^-)$ از رابطه بی‌نهایت استفاده می‌کنیم، چراکه 0^- در اصل معنی بی‌نهایت را می‌دهد؛ یعنی گذشتن زمان بی‌نهایت از زمان $-\infty$

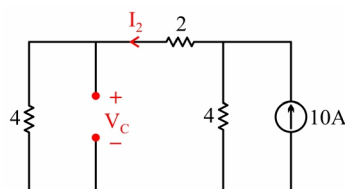


قبل از ادامه حل مسئله، این دو جمله را یک‌بار دیگر تکرار می‌کنیم:

یافتن $y(0^-)$ (سیگنال بلافاصله قبل از کلیدزنی) از رابطه بی‌نهایت است و به دست آوردن $y(0^+)$ (سیگنال بلافاصله پس از کلیدزنی) از رابطه صفره است.



ادامه می‌دهیم:



شکل (۱۴-۳) یافتن V_C در 0^-

$$I_2 = \frac{4}{4+6} \times 10 = 4 \text{ A}$$

$$V_C(0^-) = 4I_2 = 16 \text{ V} \Rightarrow V_C(0^+) = 16 \text{ V}$$

داریم:

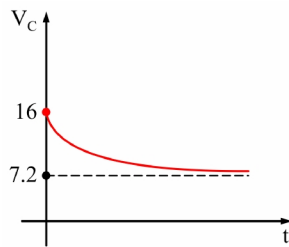


حال که سه پارامتر لازم به دست آمد، با توجه به رابطه



$$V_C(t) = (16 - 7.2)e^{-\frac{t}{1.2}} + 7.2 = 8.8e^{-\frac{t}{1.2}} + 7.2$$

و شکل این سیگنال تقریباً این‌جوری است:



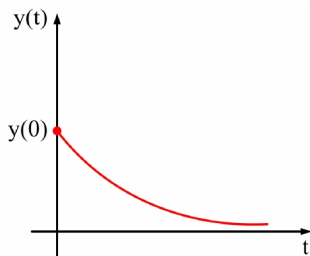
شکل (۱۵-۳) شکل موج ولتاژ خازن در مسئله ۲

درضمن معلوم است که هر پاسخی در مدارهای مرتبه اول به صورت نمایی است و برای انواع پاسخ واضح است که داستان اینگونه می‌شود:

پاسخ ورودی صفر: چون منبع نداریم، $y(\infty)$ برابر صفر می‌شود، پس پاسخ برابر است با:

$$y(t) = y(0)e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (۳۶-۳)$$

و شکل آن:

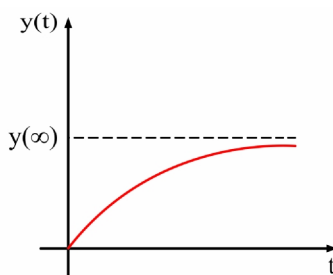


شکل (۱۶-۳) پاسخ ورودی صفر در مدار مرتبه اول

و در مورد پاسخ حالت صفر: $y(0) = 0$ است پس:

$$y(t) = y(\infty) \left[1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right] \quad (۳۷-۳)$$

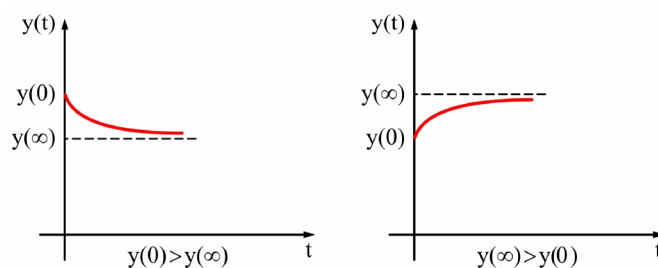
و شکل آن:



شکل (۱۷-۳) پاسخ حالت صفر در مدار مرتبه اول



و شکل پاسخ کامل در مدار مرتبه اول به این صورت است:



شکل (۱۸-۳) پاسخ کامل در مدار مرتبه اول



و اگر $y(0) = y(\infty)$ باشد، چطور؟



آن گاه اصلاً پاسخ گذرا معنی ندارد و داریم:

$$y(t) = y(\infty)$$

(۳۸-۳)



معنی دقیق پاسخ گذرا چیست؟



ببینید، از یک نگاه دیگر هم، پاسخ قابل تقسیم است:



پاسخ گذرا: آن قسمتی از پاسخ که وقتی $t \rightarrow \infty$ می‌رود، صفر می‌شود.



پاسخ ماندگار: حد پاسخ وقتی که $t \rightarrow \infty$.



پاسخ کامل: مجموع دو پاسخ بالا

درضمن باید توجه داشت که پاسخ گذرا ناشی از منبع و شرایط اولیه هر دو است و پاسخ ماندگار ناشی از منبع است و پاسخ کامل هم که معلوم است دیگر



یک نکته جالب! از رابطه طلایی، پاسخ گذرا و ماندگار هم معلوم است.

$$y(t) = (y(0) - y(\infty)) e^{-\frac{t}{\tau}} + y(\infty)$$

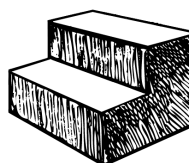
(۳۹-۳)

$$y(t) = y(\infty)$$

(۴۰-۳)



اصلاً برای همین است که نام آن را GOLDEN گذاشته‌ایم!



۳-۳ پاسخ پله



می‌دانید یعنی چه؟



واضح است دیگر، پاسخ به ورودی پله.

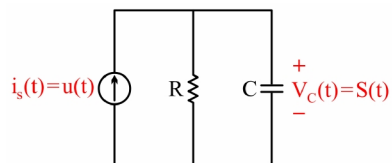


البته با قیدِ حالت صفر یعنی بدون حضور شرایط اولیه



حال اگر بخواهیم پاسخ به ورودی $u(t)$ را $s(t)$ بنامیم، هیچ

حرف جدیدی نداریم؛ به عنوان نمونه در مدار شکل (۱۹-۳) برای خروجی ولتاژ خازن داریم:

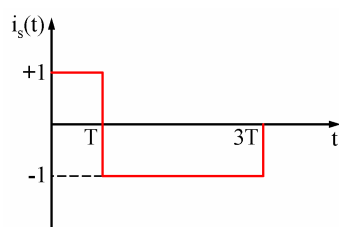


شکل (۱۹-۳) پاسخ پله در مدار RC

با توجه به رابطه (۳۷-۳):

$$s(t) = V_C(t) = R \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) u(t)$$

(۴۱-۳)



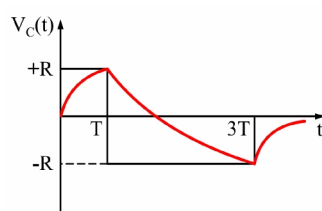
شکل (۳-۲۰) یک ورودی مدار شکل (۳-۱۹)

حال اگر ورودی به صورت ترکیبی از توابع پله (به صورت پالسی) باشد، خروجی چگونه می‌شود؟ مثلاً با ورودی نشان داده شده در شکل (۳-۲۰) پاسخ مدار شکل (۳-۱۹) چگونه می‌شود؟



از قضیه جمع آثار استفاده می‌کنیم؛ در T ثانیه اول عمل شارژ خازن و بعد تغییر پلاریته ولتاژ از $+R$ به $-R$ و در

نهایت پس از زمان $3T$ خازن دشارژ می‌شود، یعنی به شکل زیر:

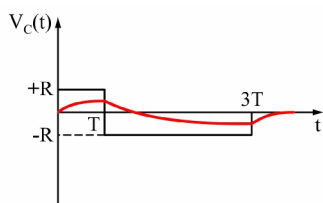


شکل (۳-۲۱) پاسخ مدار شکل (۳-۱۹) به ورودی شکل (۳-۲۰)



اما این پاسخ، یک ایراد اساسی دارد. از کجا معلوم که زمان T

برای شارژ کامل خازن، کافی باشد؛ یعنی اصلاً من ادعا می‌کنم که پاسخ به شکل (۳-۲۲) می‌شود:



شکل (۳-۲۲) پاسخ دیگری برای $V_c(t)$

پس در این گونه مواقع شکل پاسخ

بستگی دارد!

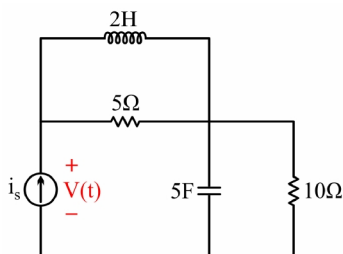
به مقایسه عرض پالس‌ها (یعنی T) و ثابت زمانی (یعنی τ)؛ اگر عرض پالس‌ها از ۵ برابر τ بیشتر بود، زمان کافی برای شارژ و دشارژ هست؛ و الا این عمل ناقص انجام می‌شود.



توجه به این نکته در بعضی تست‌های مفهومی بسیار مهم است. حال به تمرین زیبای ۳ دقت کنید.



۳- در مدار شکل (۲۳-۳)، مقدار ولتاژ دو سر منبع جریان در $t = 0^+$ $(V(0^+))$ چقدر است؟



شکل (۲۳-۳) مدار تمرین ۳

- (۱) 500 V
- (۲) 0 V
- (۳) 250 V
- (۴) 50 V

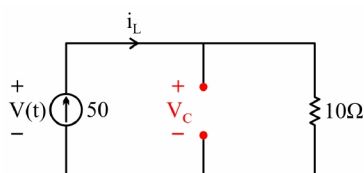
استاد به نظرم این مدار مرتبه اول نیست؛ مگه نه؟!



هیس! به روی خودت نیاور؛ من عمداً این مدار را که مرتبه دوم است در اینجا آورده‌ام تا بفهمید که خیلی از حرف‌های



کلاس امروز - غیر از خود رابطه طلایی - مال مدار مرتبه n ام است؛ یعنی حرف‌هایی مثل رابطه صفره و رابطه بی‌نهایت و... برای مدارهای مرتبه شصت و سوم هم جواب می‌دهد! حال بگذریم...



چون ورودی مدار از ∞ متولد شده است، برای بررسی



در $t = 0^-$ مدار از رابطه بی‌نهایت بهره می‌گیریم. (سلف، اتصال کوتاه و خازن مدار باز می‌گردد.)

شکل (۲۴-۳) مدار تمرین ۳ در $t = 0^-$ به کمک

رابطه بی‌نهایت

$$V_C(0^-) = V(0^-) = 500 \text{ V}$$

$$i_L(0^-) = 50 \text{ A}$$

پس گزینه ۱ درست است.



گاهی آدم سر جلسه کنکور از اینکه به پاسخی رسیده که در گزینه‌ها هست مشغوف! می‌شود، ولی بعد از جلسه

می‌بیند که $\frac{1}{3}$ - نمره نصیبش شده است! خوب دقت کنید، پاسخ اشتباه است؛ البته اشتباه رایجی است.^۱



سیگنال‌های پیوسته جریان سلف و ولتاژ خازن هستند.^۲

می‌دانید یعنی چه؟



یعنی در پیوستگی سیگنال‌های غیر از V_C و i_L شک کنید، ممکن است پیوسته نباشند.



پس چرا خود شما در حل تمرین ۳ همین اشتباه را مرتکب شدید؟



ببینید، خوب گوش کنید! مثل گوش شکل (۲۵-۳)!

شکل (۲۵-۳) تصویر یک گوش خوب باز شده!

هنگامی که سیگنالی را بلافاصله پس از کلیدزنی مثلاً در $t=0^+$ می‌خواهیم، در قدم اول مدار را در $t=0^-$ رسم می‌کنیم. (به کمک رابطه بی‌نهایت!) و مقادیر $V_C(0^-)$ و $I_L(0^-)$ را به دست می‌آوریم. آن‌گاه می‌گوییم:

$$V_C(0^+) = V_C(0^-)$$

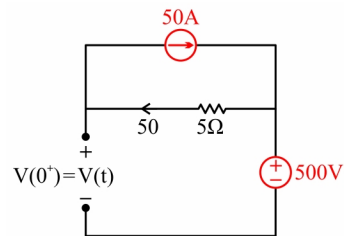
$$I_L(0^+) = I_L(0^-)$$

1. Common mistake

۲- تازه همین V_C و I_L هم همیشه هنگام کلیدزنی پیوسته نیستند؛ اگر ورودی ضربه باشد باید به پیوستگی این‌ها هم شک کرد؛ درضمن اگر هنگام کلیدزنی دو تا خازن غیر هم‌پتانسیل با هم موازی شوند، دیگر V_C پیوسته نیست و نیز اگر هنگام کلیدزنی دو تا سلف غیر هم‌جریان با هم سری شوند، دیگر I_L پیوسته نیست و چقدر دقت در این قصه‌ها مهم‌تر از مهم است!

و سپس در قدم آخر، مدار را در $t=0^+$ می کشیم! (به کمک رابطه صفره) و حالا با تحلیل مدار هر متغیری را در $t=0^+$ به دست می آوریم. پس در ادامه تمرین ۳ داریم:

$$V(0^+) = -250 + 500 = +250 \text{ V}$$

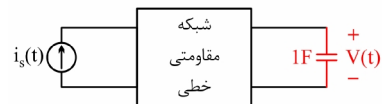


شکل (۲۶-۳) مدار تمرین ۳ در $t=0^+$ به کمک رابطه صفره

یعنی گزینه ۳ درست است.
از این گونه مسائل که نیاز به ریزبینی دارد، در کنکور کارشناسی ارشد کم نبوده است.



۴- در شکل زیر ولتاژ اولیه خازن صفر است و می دانیم:



$$V(t) = \frac{1}{4}(1 - e^{-3t})u(t)$$

شکل (۲۷-۳) مدار تمرین ۴

اگر به جای خازن، سلف $L=2\text{H}$ قرار دهیم، $V(t)$ برابر می شود با:

$$\frac{1}{4}e^{-\frac{t}{6}}u(t) \quad (۱) \quad \frac{1}{4}e^{-3t}u(t) \quad (۲) \quad \frac{1}{4}\left(1 - e^{-\frac{2}{3}t}\right)u(t) \quad (۳) \quad \frac{1}{4}\left(1 - e^{-\frac{t}{6}}\right)u(t) \quad (۴)$$



با توجه به رابطه داده شده در صورت تست داریم:

$$\tau_{\text{قدیم}} = \frac{1}{3} \Rightarrow R_{eq} \times 1 = \frac{1}{3} \Rightarrow R_{eq} = \frac{1}{3} \Omega$$

و بنابراین در حالت جدید:

$$\tau_{\text{جدید}} = \frac{L}{R_{eq}} = \frac{2}{\frac{1}{3}} = 6 \text{ S}$$

یعنی یا گزینه ۱ درست است یا ۴



از طرفی طبق رابطه بی نهایت، سلف در بی نهایت ($t \rightarrow \infty$) اتصال کوتاه است، یعنی ولتاژش صفر می شود، یعنی

گزینه ۱ درست است. (جالب بود؟!)

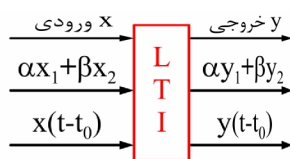


حالا یک نوع دیگر از مسایل که تا به حال شبیه آن، کم نبوده است.



۵- در یک مدار RC در حال سکون^۱، به ازای دریافت سیگنال پله واحد ولتاژ خازنی برابر $V_C(t) = 1 - e^{-2t}$ است. اگر خازن ولتاژ اولیه ۱ ولت داشته باشد و سیگنال ورودی $2u(t)$ اعمال شود، پاسخ $V_C(t)$ چقدر می‌شود؟ این تمرین را خودم توضیح می‌دهم؛ چون دو سه کلمه حرف حساب می‌خواهم به بهانه حل آن بگویم!

به شکل (۲۸-۳) توجه کنید و به آن فکر کنید و آن را با یکدیگر زمزمه کنید!



شکل (۲۸-۳) یک شبکه خطی تغییرناپذیر با زمان

پس خروجی ناشی از $2u(t)$ ، برابر خروجی ناشی از $u(t)$ است، یعنی:

$$V_C(t) = 2 - 2e^{-2t} \quad (\text{ناشی از ورودی})$$

و اما خروجی ناشی از شرایط اولیه $V_0 = 1 \text{ V}$ طبق رابطه (۳۶-۳) برابر است با:

$$V_C(t) = 1e^{-2t} \quad (\text{ناشی از شرایط اولیه})$$

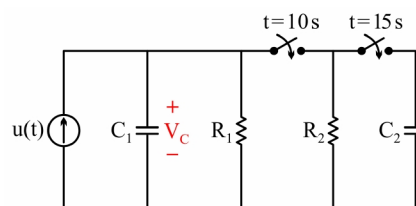
و در نتیجه پاسخ کامل برابر است با:

$$V_C(t) = 2 - e^{-2t}$$

۴-۳ مدار مرتبه اول با چند ثابت زمانی



۶- در مدار شکل (۲۹-۳) پاسخ ولتاژ خازن را رسم کنید. (به زمان قطع و وصل کلیدها دقت کنید.)



$$\begin{cases} R_1 = R_2 = 1\Omega \\ C_1 = C_2 = 1\text{F} \end{cases}, \quad V_{C_1}(0^-) = V_{C_2}(0^-) = 0$$

شکل (۲۹-۳) مدار تمرین ۶

1. at first, at rest



در هر بازه، مسئله را جداگانه بررسی می‌کنیم؛ در هر قسمت مدار مرتبه اول است، ولی ثابت زمانی تغییر می‌کند:

$$0 < t < 10^s ; V_c(t) = 1 - e^{-t} \quad \text{و} \quad \tau_1 = 1^s$$

و در نمودار چون 10s بزرگتر از $5\tau_1$ است، پس به مقدار نهایی اش می‌رسد: (اگر نبود، شارژ ناقص بود).
در بازه بعدی:

$$10 < t < 15^s ; \begin{cases} R_{eq} = \frac{1}{2}\Omega \\ C = 1F \end{cases} \rightarrow \tau_2 = \frac{1}{2}s$$

در این بازه پاسخ کامل است، مقدار اولیه این بازه از مقدار نهایی بازه قبلی به دست می‌آید.



بخشید می‌پریم وسط حرف شما! ولی برای آنکه یادتان بماند می‌گوییم: مثل «دوی امدادی»



ادامه بدهید.



پس برای مقدار اولیه بازه داریم:

$$V_c(10^s) = 1 - e^{-10} \approx 1V$$



و طبق رابطه :

$$V_c(t) = \left(1 - \frac{1}{2}\right)e^{-\frac{t-10}{0.5}} + \frac{1}{2}$$

و یا:

$$V_c(t) = \frac{1}{2}e^{-2t} + \frac{1}{2}$$

در اینجا هم زمان 5s برای رسیدن به مقدار نهایی (یعنی $\frac{1}{2}$) کافی است و در نهایت در بازه آخر $t > 15s$ خازن C_2 هم وارد می‌شود و داریم:

$$\begin{cases} R_{eq} = \frac{1}{2}\Omega \\ C_{eq} = 2F \end{cases} \rightarrow \tau_3 = 1s$$

$$V_c(15s) = \frac{1}{2}e^{-2 \times 5} + \frac{1}{2} \approx \frac{1}{2}V$$

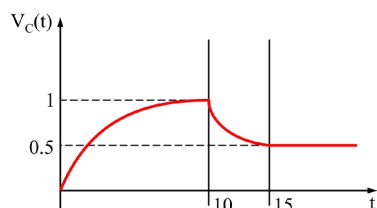


و باز با رابطه

$$V_c(t) = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right)e^{-t} + \frac{1}{2}$$

$$V_c(t) = \frac{1}{2}$$

یعنی در حالت آخر بسیار جالب شد، چراکه پاسخ گذرا وجود ندارد و منحنی $V_c(t)$ به صورت ثابت روی $\frac{1}{2}$ می‌ماند. مطابق شکل (۳-۳۰):



شکل (۳-۳۰) پاسخ $V_c(t)$ در تمرین ۶

بسیار عالی است. البته بسیار عالی هم نیست، بهتر است بگویم ای بَدک نیست! اصلاً چرا تعارف می‌کنم، اواخرش خراب شد! چراکه در پاسخ شما اشکالاتی بود. آن‌ها را پیدا کنید.



اولاً در معادلات $V_c(t)$ بعد از کلیدزنی باید به جای t مقدار $t - t_0$ قرار دهیم. (همان لحظه کلیدزنی است). مثلاً $V_c(t)$ به صورت زیر می‌شود:

$$V_c(t) = \frac{1}{2}e^{-2(t-10)} + \frac{1}{2}$$



پس در معادلات پس از کلیدزنی در $t - t_0$ ، به جای t مقدار $t - t_0$ می‌گذاریم. به عبارت شیک‌تر! شیفت زمانی پاسخ! و اشکال بعدی؟



اشکال بعدی، خیلی هم اساسی‌تر است. ببینید در $t = 15S$ به دلیل کلیدزنی دو خازن با هم موازی می‌شوند. یادم



هست که قرار بود به این موضوع حساس باشیم، اما دوست من هیچ حساسیتی نداشت. ابتدا باید ولتاژ خازن معادل را پیدا کنیم: (طبق رابطه ۳-۱۴)

$$V_c = \frac{\frac{1}{2} \times 1 + 1 \times 0}{1 + 1} = \frac{1}{4}$$

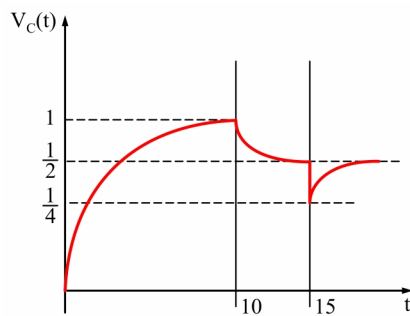
پس رابطه $V_c(t)$ برای $t > 15s$ به صورت زیر می‌شود:

$$V_c(t) = \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\right)e^{-(t-15)} + \frac{1}{2}$$

و یا:

$$V_c(t) = -\frac{1}{4}e^{-(t-15)} + \frac{1}{2}$$

پس شکل (۳-۳۰) به صورت زیر می‌شود:



شکل (۳-۳۱) جواب درست $V_c(t)$ در تمرین ۶

ملاحظه شد که در $t = 15s$ در ولتاژ خازن پیوستگی نبود^۱. پس عبارتی را که چندی پیش گفتیم، اصلاح می‌کنم.



خود سیگنال‌های پیوسته که فقط ولتاژ سلف و جریان خازن بودند نیز در دو صورت ناپیوسته می‌شوند:
هنگام سری شدن سلف‌های از قبل شارژشده و موازی شدن خازن‌های از قبل شارژشده و

هنگامی که ورودی ضربه باشد.



احسنت! اصلاً جواب شما بهانه‌ای شد تا راجع به «پاسخ ضربه» چند کلمه حرف بزنم، هرچند تا آخر درس مدار



چندین و چندبار با پاسخ ضربه سروکار خواهیم داشت.

۱- در لحظه $t = 15s$ در مقدار V_c یک پله دیده می‌شود؛ پس در مشتق ایشان! یعنی i_c یک ضربه قابل مشاهده خواهد بود. جریان ضربه به قول خودمانی یعنی جرقه و موجب اتلاف انرژی بین لحظات 15^- و 15^+ می‌شود که در اوایل این فصل راجع به آن حرف‌های خوبی زدیم.



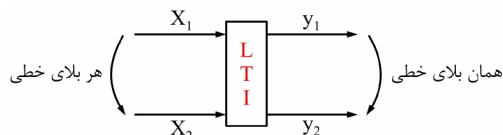
۵-۳ پاسخ ضربه



یعنی پاسخ حالت صفر به ورودی ضربه، البته ضربه می‌آید و یک جهش در شرایط اولیه ایجاد می‌کند و سپس صفر

می‌شود؛ یعنی ذاتاً پاسخ ضربه یک نوع پاسخ ورودی صفر است.

به این شکل نگاه کنید:



شکل (۳-۳) نتیجه‌ای از مفهوم خطی بودن

آیا منظورم را فهمیدید؟



یعنی هر بلای خطی بر سر ورودی بیاید، عیناً همان بلا بر سر خروجی می‌آید. بلایای خطی! همچون مشتق،

انتگرال، لاپلاس، فوریه و ...



پس نتیجه می‌گیریم که:



پاسخ ضربه، مشتق پاسخ پله است. پس با توجه به رابطه (۳-۴۱) داریم:

$$h(t) = \frac{ds(t)}{dt} = \frac{1}{C} e^{-\frac{t}{RC}} u(t)$$

(۳-۴۲)



رابطه بالا می‌گوید که در اثر ورودی ضربه:

$$V_c(0^-) = 0$$

(۳-۴۳)

$$V_c(0^+) = \frac{1}{C}$$

(۳-۴۴)

یعنی در اثر ورودی ضربه در ولتاژ خازن به اندازه $\frac{1}{C}$ جهش ایجاد شده است.

۳-۶ مدارهای غیرخطی یا تغییرپذیر با زمان

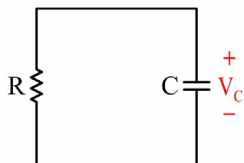


حل این گونه مدارها یک رمز دارد:

نوشتن معادله دیفرانسیل و حل آن به طریق جداسازی متغیرها... (یا به هر روش دیگری که دوست داشتید!)



۷- پاسخ $V_C(t)$ را بیابید، به طوری که $(V_C(0) = V_0 V)$ و $(C=1F)$



شکل (۳-۳۳) مدار تمرین ۷

الف) یک مقاومت خطی ۱ اهمی است.

ب) یک مقاومت خطی تغییرپذیر با زمان است، به طوری که:

$$R(t) = \frac{1}{1 + 0.5 \cos t}$$

ج) یک مقاومت غیرخطی تغییرناپذیر با زمان است، به طوری که:

$$i_R = V_R^2$$



حل قسمت (الف) با من و قسمت‌های (ب) و (ج) با شما:

به کمک رابطه طلایی:

$$V_C = V_0 e^{-t} \quad \text{و} \quad \tau = RC = 1$$



برای (ب) چون مقاومت خطی است، می‌توانیم از رابطه $i = \frac{V}{R}$ استفاده کنیم؛ پس داریم:

$$\frac{dV}{dt} + V(1 + 0.5 \cos t) = 0$$

$$\int_{V_0}^V \frac{dV}{V} = \int_0^t -(1 + 0.5 \cos t) dt$$

$$\ln \frac{V}{V_0} = -(t + 0.5 \sin t)$$

$$V = V_0 e^{-(t + 0.5 \sin t)}$$

نکته خیلی جالبی که دیده می‌شود این است که اگر V_0 را  برابر کنیم، خروجی نیز  برابر می‌شود و این منطبق بر خطی بودن مدار است.



حل این قسمت هم مثل قبلی است:

$$\frac{dV}{dt} + V^2 = 0$$

$$\int_{V_0}^V -\frac{dV}{V^2} = \int_0^t dt$$

$$\frac{1}{V} - \frac{1}{V_0} = t$$

$$V = \frac{V_0}{1 + V_0 t}$$

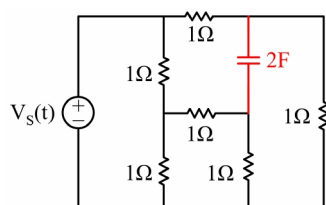


و در اینجا اگر V_0 را برابر کنیم، خروجی برابر می‌شود؛ تعجبی هم ندارد، چراکه مدار غیرخطی بود.

و اما یک مسئله یا یک تمرین هدفدار:



۸- ثابت زمانی مدار زیر را بیابید.



شکل (۳-۳۴) مدار تمرین ۸

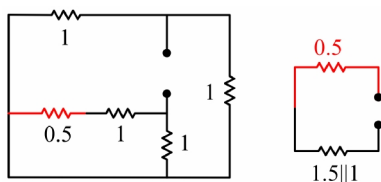


خواهش می‌کنم، این مسئله را ابتدا خودتان حل کنید! (البته قرارمان در مورد همهٔ مسایل همین بود.) و حالا به حل

نگاه کنید:

ترجمهٔ مسئله عبارت است از یافتن R_{eq} دیده‌شده از دو سر خازن که

ابتدا منبع مستقل را صفر می‌کنیم داریم:



شکل (۳-۳۵) مراحل ساده‌سازی مدار تمرین ۸

پس:

$$R_{eq} = \frac{1}{2} + \frac{3}{5} = \frac{11}{10} \Omega$$

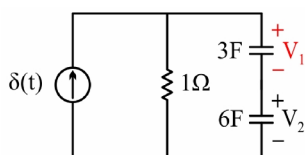
$$\tau = R_{eq} \times C = \frac{11}{10} \times 2 = 2.2s$$

حالا سؤال این است: آیا جواب آخر را درست به دست آورده بودید؟

اگر نه، یعنی باید بیشتر و بیشتر مسئله حل کنید تا دستتان هم مثل مغزتان! گرم شود. بگذارید حالا که به آخر فصل رسیدیم، کمی برایتان حرف بزنم؛ ببینید بچه‌ها؛ بعضی دروس مبتنی بر **دانایی** هستند؛ مثلاً جغرافی! در آنجا هرچه بیشتر مطالعه کنید، بهتر نتیجه می‌گیرید اما برخی دروس مبتنی بر **توانایی** اند؛ مثل درس مدار یا رانندگی یا شنا! اگر شما n ساعت سر کلاس رانندگی بنشینید، ولی پشت ماشین نروید، هیچ فایده‌ای ندارد؛ اولین بار که ماشین را راه می‌برید، به هزار و یک‌جا می‌زنید! و این طبیعی است؛ همین‌طور اگر شما نویسنده یک کتاب شنا باشید ولی شنا نکرده باشید، در اولین تجربه غرق می‌شوید؛ پس به‌جای آن که «مدار» بخوانید، «مداد»‌تان را بردارید و مرتباً مسئله حل کنید؛ آن‌قدر مسئله حل کنید که دستتان و مغزتان (تأکید می‌کنم هر دو!) داغ شوند و آن‌گاه در مدار به درجه تبخّر می‌رسید!

مسائل تکمیلی فصل سوم

۱- با فرض $V_1(0^-) = V_2(0^-) = 0$ ، $V_1(0^+)$ چقدر است؟



(۱) $\frac{1}{6}$

(۲) $\frac{1}{3}$

(۳) $\frac{1}{2}$

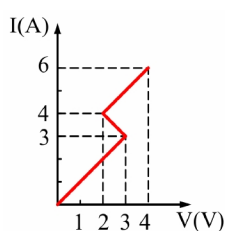
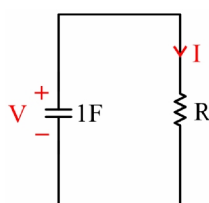
(۴) 1

۲- نمودار جریان بر حسب ولتاژ مقاومت غیرخطی R داده شده است. اگر $V_C(0^-) = 4V$ باشد، زمان لازم



(مهندسی برق ۷۰)

برای رسیدن ولتاژ خازن به 2V چقدر است؟



(۴) هیچ کدام

(۳) $t = \ln 2$

(۲) $t = \ln \frac{3}{2}$

(۱) $t = \ln 3$

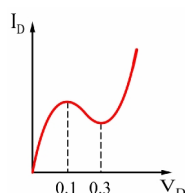
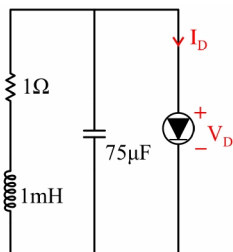


۳- مقاومت دیود تونلی باید برابر $R = -\frac{40}{3} \Omega$ باشد تا مدار به یک نوسان ساز تبدیل شود.

$$I_D = 2.5V_D^3 - 1.5V_D^2 + 0.225V_D$$

با فرض اینکه شرایط سیگنال کوچک برقرار است، ولتاژ نقطه کار مدار (V_D) در حالت نوسانی چقدر است؟

(مهندسی برق ۷۲)



(۱) 0.25

(۲) 0.15

(۳) 0.18

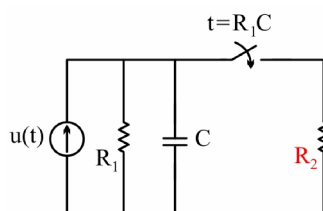
(۴) 0.2



۴- چقدر R_2 باشد تا پس از وصل کلید در $t = R_1 C$ ولتاژ دو سر منبع جریان ثابت بماند؟ (ولتاژ اولیه خازن

(مهندسی برق ۷۸)

صفر است.)



(۱) $\frac{R_1}{e-1}$

(۲) $\frac{R_1}{e}$

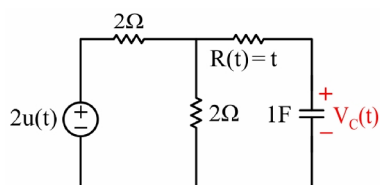
(۳) eR_1

(۴) $(e-1)R_1$



۵- برای مدار خطی تغییرپذیر با زمان شکل زیر اگر $V_C(0^-) = 0$ باشد، $V_C(t)$ برای $t \geq 0$ کدام است؟

(مهندسی برق ۷۹)



(۲) $\frac{t}{2(t+1)}$

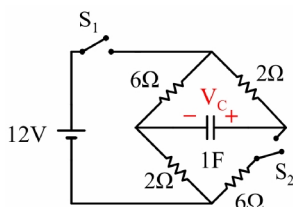
(۴) $\frac{1-e^{-t}}{2(t+1)}$

(۱) $\frac{t}{t+1}$

(۳) $\frac{1-e^{-t}}{1+t}$

۶- کلید S_1 در $t=0$ بسته می‌شود و کلید S_2 وقتی ولتاژ دو سرش $9V$ می‌شود، بسته خواهد شد.

ولتاژ $V_C(t)$ بعد از بسته شدن کلید S_2 کدام است؟ $(v_C(0^-)=0)$ (مهندسی برق ۷۹)



$$6 + 1.8e^{\frac{t-2.2}{3}} \quad (۱)$$

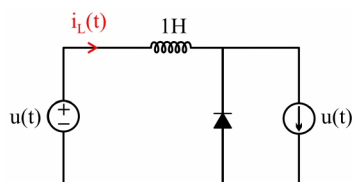
$$6 - 2.25e^{\frac{t-1.89}{3}} \quad (۲)$$

$$6 + 1.8e^{\frac{t-2.2}{0.75}} \quad (۳)$$

$$6 + 2.25e^{\frac{t-1.89}{0.75}} \quad (۴)$$

۷- دیود ایده‌آل است و مدار در حالت صفر قرار دارد. $i_L(t)$ کدام است؟ $u(t)$ پله واحد و $r(t)$ شیب

(مهندسی برق ۷۷)



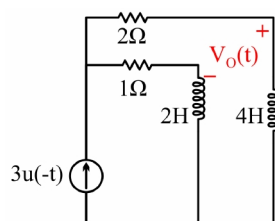
$$r(t) - r(t-1) \quad (۱)$$

$$r(t) + r(t-1) \quad (۲)$$

$$r(t-1) - r(t) \quad (۳)$$

$$u(t-1) + r(t) \quad (۴)$$

۸- $V_o(t)$ برای $t \geq 0$ کدام است؟



$$4e^{-\frac{1}{2}t} \quad (۱)$$

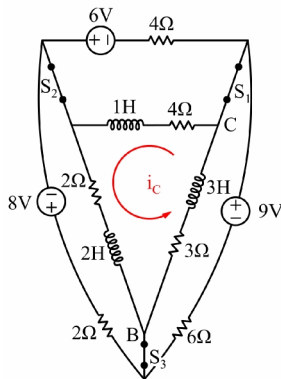
$$0 \quad (۲)$$

$$\frac{4}{3}e^{-\frac{1}{2}t} \quad (۳)$$

$$\frac{4}{3}e^{-2t} \quad (۴)$$



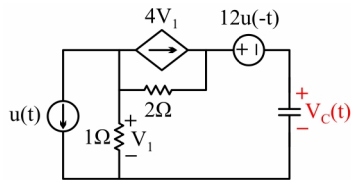
۹- کلیدهای S_1 ، S_2 و S_3 مدت زمان مدیدی بسته بوده‌اند. در لحظه $t = 0$ هر سه کلید باز می‌شوند. جریان چرخشی i_C در $t > 0$ کدام است؟ (مهندسی برق ۶۸)



$$\begin{array}{ll} \text{(۱)} & -\frac{1}{8}e^{-1.5t} \\ \text{(۲)} & \frac{1}{4}e^{-1.5t} \\ \text{(۳)} & -e^{-1.5t} \\ \text{(۴)} & e^{-1.5t} \end{array}$$



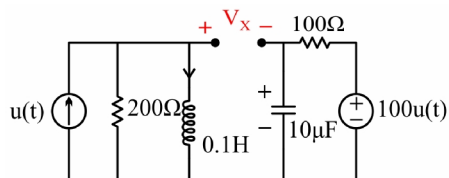
۱۰- $V_C(t)$ برای $t \geq 0$ کدام است؟



$$\begin{array}{ll} \text{(۱)} & 13 - 25e^{-4t} \\ \text{(۲)} & 25e^{-4t} - 13 \\ \text{(۳)} & -9 - 3e^{-4t} \\ \text{(۴)} & 9 + 3e^{-4t} \end{array}$$



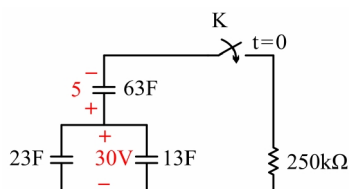
۱۱- اولین لحظه پس از $t = 0$ که در آن V_X مدار شکل زیر، برابر صفر می‌شود، کدام است؟



$$\begin{array}{ll} \text{(۱)} & t = \frac{\ln(0.5)}{1000} \\ \text{(۲)} & t = \frac{\ln(0.4)}{800} \\ \text{(۳)} & t = -\frac{\ln(0.5)}{800} \\ \text{(۴)} & t = -\frac{\ln(0.5)}{1000} \end{array}$$



۱۲- در مدار شکل زیر کلید K در لحظه $t = 0$ بسته می‌شود. چند درصد از انرژی اولیه ذخیره‌شده در خازن‌ها در مقاومت تلف می‌شود؟ (مهندسی برق ۷۳)

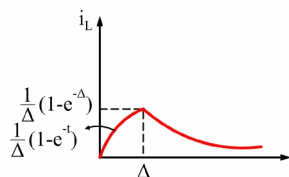
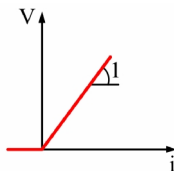
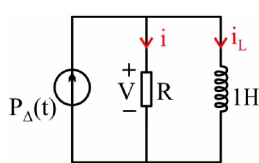


$$\begin{array}{ll} \text{(۱)} & 100\% \\ \text{(۲)} & 65.78\% \\ \text{(۳)} & 75.62\% \\ \text{(۴)} & 43.86\% \end{array}$$

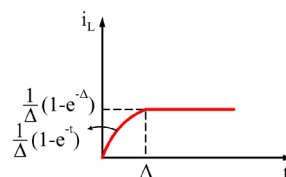


۱۳- اگر R یک مقاومت غیرخطی با مشخصه $v-i$ نشان داده شده باشد، پاسخ پالس مدار برای i_L چیست؟

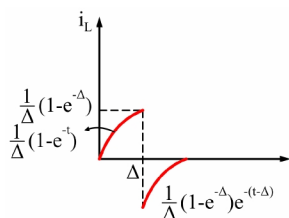
(انرژی اولیه سلف صفر است و $P_\Delta(t)$ تابع پالس واحد با پهنای Δ و بلندی $\frac{1}{\Delta}$ است.) (مهندسی برق ۷۳)



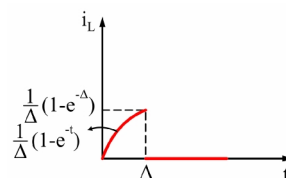
(۲)



(۱)



(۴)

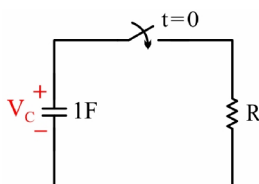


(۳)



۱۴- یک مقاومت غیرخطی با مشخصه $V^3 = 3i$ با خازن خطی $C = 1F$ موازی بسته شده است. اگر ولتاژ

اولیه خازن هنگام موازی شدن $V_C(0) = 3V$ باشد، ولتاژ خازن بعد از یک ثانیه چقدر است؟ (مهندسی برق ۶۷)



$$\frac{3}{\sqrt{7}} \quad (۲)$$

$$-\frac{3}{\sqrt{7}} \quad (۱)$$

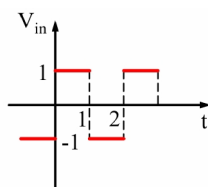
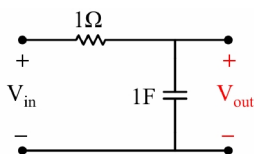
$$-\frac{\sqrt{7}}{3} \quad (۴)$$

$$\frac{\sqrt{7}}{3} \quad (۳)$$



۱۵- دامنه ماکزیمم ولتاژ خروجی مدار شکل زیر به ورودی داده شده در حالت ماندگار چند ولت است؟

(مهندسی برق ۷۶)



$$e-1 \quad (۲)$$

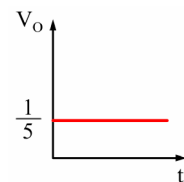
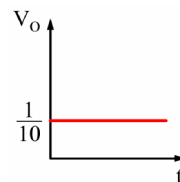
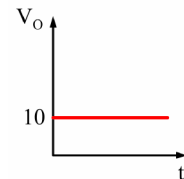
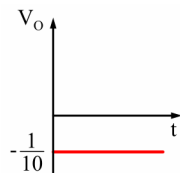
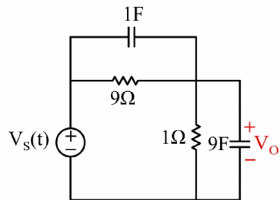
$$1+e^{-1} \quad (۱)$$

$$\frac{1+e^{-1}}{1-e^{-1}} \quad (۴)$$

$$\frac{e-1}{e+1} \quad (۳)$$

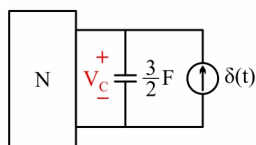
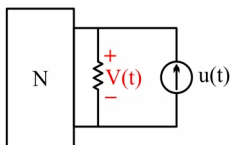


۱۶- نمودار $V_o(t)$ که پاسخ پله ولتاژ خروجی است کدام است؟



۱۷- در مدار شکل زیر N شامل عناصر خطی و تغییرناپذیر با زمان غیرفعال است. اگر ورودی منبع جریان پله اعمال شود، پاسخ ولتاژ $V(t) = \frac{1}{2}(1 - e^{-4t})u(t)$ حاصل می‌شود. حال اگر مقاومت یک اهمی را با خازن $\frac{3}{2}F$ تعویض کرده و ورودی ضربه اعمال کنیم، ولتاژ دو سر خازن برابر کدام خواهد بود؟

(مهندسی برق ۷۶)



(۱) $e^{-t}u(t)$

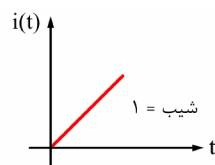
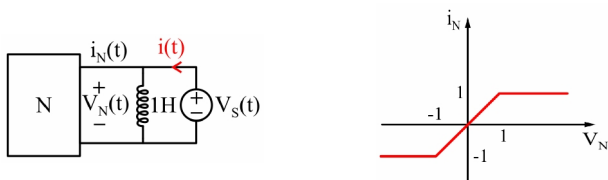
(۲) $\frac{1}{2}e^{-t}u(t)$

(۳) $e^{-\frac{t}{2}}u(t)$

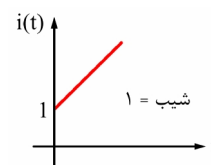
(۴) $\frac{1}{2}e^{-\frac{t}{2}}u(t)$



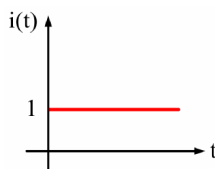
۱۸- منحنی مشخصه شبکه یک قطبی N به صورت زیر است. چنانچه ولتاژ ورودی $V_s(t)$ پله واحد باشد، مقدار $i(t)$ به کدام صورت خواهد بود؟ (مهندسی برق ۸۳)



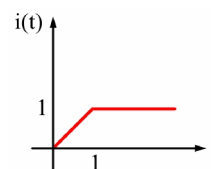
(۲)



(۱)



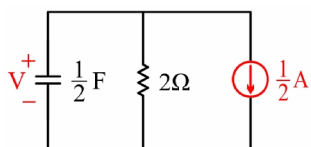
(۴)



(۳)



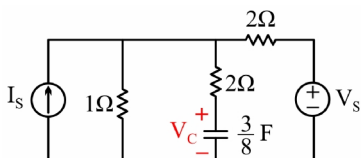
۱۹- انرژی منبع جریان مدار شکل زیر در مدتی که ولتاژ خازن از مقدار اولیه 4 ولت به مقدار یک ولت می‌رسد کدام است؟ ($\ln 2.5 \approx 0.92$) (مهندسی برق ۸۳)



- (۱) 2.71 ژول می‌دهد. (۲) 1.04 ژول می‌دهد.
(۳) 3.75 ژول می‌گیرد. (۴) 1.04 ژول می‌گیرد.



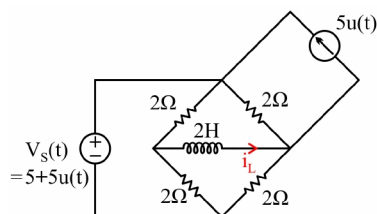
۲۰- در مدار شکل زیر اگر ولتاژ اولیه خازن چهار ولت ($V_c(0^-) = 4$) باشد به‌ازای چه رابطه‌ای بین منابع ثابت V_s و i_s خازن در $t > 0^-$ هرگز شارژ و دشارژ نمی‌شود؟ (مهندسی برق ۸۴)



- (۱) $V_s = -2i_s$ (۲) $V_s + 2i_s > 4$
(۳) $V_s + 2i_s > 12$ (۴) $V_s + 2i_s = 12$



۲۱- در مدار مقابل $i_L(t)$ برای زمان‌های $t \geq 0$ از کدام گزینه به دست می‌آید؟



$$i_L(t) = 7.5e^{-t}u(t) \quad (۱)$$

$$i_L(t) = 2.5(1 - e^{-t})u(t) \quad (۲)$$

$$i_L(t) = (7.5 - 5e^{-t})u(t) \quad (۳)$$

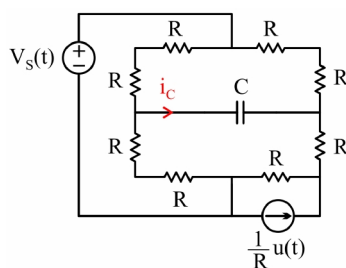
$$i_L(t) = (7.5 - 2.5e^{-t})u(t) \quad (۴)$$



۲۲- مدار شکل زیر در $t = 0$ در حالت صفر فرض می‌شود، جریان $i_c(t)$ گذرنده از خازن در این مدار

(مهندسی برق ۸۵)

عبارتست از:



$$-\frac{1}{4R}e^{-\frac{t}{RC}}u(t) \quad (۱)$$

$$-\frac{1}{2R}e^{-\frac{t}{2RC}}u(t) \quad (۲)$$

$$-\frac{1}{4R}e^{-\frac{t}{2RC}}u(t) \quad (۳)$$

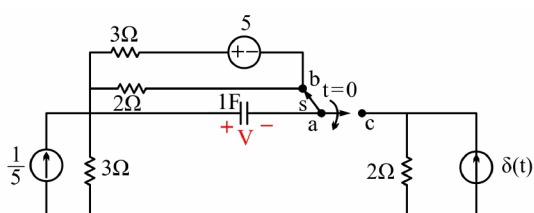
(۴) بدون داشتن ورودی $V_s(t)$ این جریان قابل محاسبه نیست.



۲۳- در مدار شکل زیر کلید S برای مدت طولانی در وضعیت ab قرار داشت در لحظه $t = 0$ کلید را به

(مهندسی برق ۸۵)

وضعیت ac می‌چرخانیم. ولتاژ $V(t)$ برای $t > 0$ برابر است با:



$$e^{-\frac{t}{5}} + \frac{3}{5} \quad (۱)$$

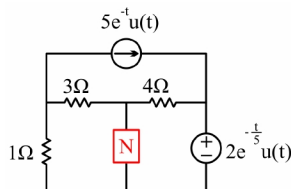
$$\frac{12}{5}e^{-\frac{t}{5}} + \frac{3}{5} \quad (۲)$$

$$2e^{-\frac{t}{5}} + \frac{3}{5} \quad (۳)$$

$$\frac{7}{5}e^{-\frac{t}{5}} + \frac{3}{5} \quad (۴)$$



۲۴- در مدار شکل مقابل همه ولتاژها و جریان‌ها بعد از مدت زمان طولانی 20 ثانیه تقریباً صفر می‌شوند. اگر مدت زمان طولانی چهار برابر بزرگترین ثابت زمان ولتاژها و جریان‌ها باشد آن‌گاه: (مهندسی برق ۸۶)



(۱) یک خازن با مقدار حداکثر $\frac{5}{2}F$ است.

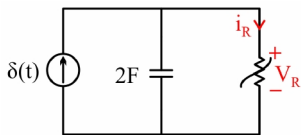
(۲) یک مقاومت خطی با مقدار دلخواه $R \Omega$ است. ($R \neq -2$)

(۳) یک سلف با مقدار می‌نیم 10H است.

(۴) موارد ۱ و ۲



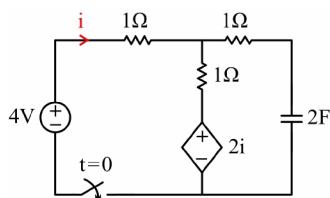
۲۵- در مدار شکل مقابل مقاومت غیرخطی با معادله $i_R = V_R^2 + 2V_R$ توصیف می‌شود. پاسخ ضربه V_R این مدار کدام است؟ (مهندسی برق ۸۶)



$$\begin{array}{ll} (۱) \frac{2}{e^{t+\ln 5} + 1} & (۲) \frac{2}{e^{t+\ln 5} - 1} \\ (۳) \frac{2}{e^{t-\ln 5} - 1} & (۴) \frac{2}{e^{t-\ln 5} + 1} \end{array}$$



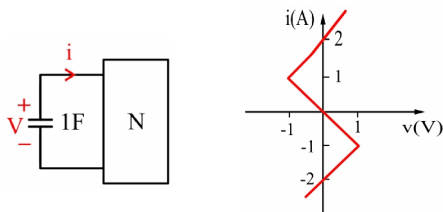
۲۶- در مدار شکل مقابل کلید در $t = 0$ بسته می‌شود، $i(t)$ کدام است؟ (مهندسی برق ۸۷)



$$\begin{array}{ll} (۱) i(t) = 1 + 0.6e^{-0.4t} & (۲) i(t) = 0.6 + 1e^{-2.5t} \\ (۳) i(t) = 1 + 0.6e^{-2.5t} & (۴) i(t) = 0.6 + e^{-0.4t} \end{array}$$



۲۷- در مدار شکل مقابل یک قطبی مقاومتی غیرخطی است که مشخصه $v-i$ آن داده شده است. اگر ولتاژ اولیه خازن برابر (-1) ولت باشد، چه مدت طول می‌کشد تا ولتاژ خازن صفر شود؟ (مهندسی برق ۸۷)



$$\begin{array}{ll} (۱) \ln \frac{4}{3} \text{ sec} & (۲) \ln \frac{3}{2} \text{ sec} \\ (۳) \ln 2 \text{ sec} & (۴) \ln 3 \text{ sec} \end{array}$$

حل تشریحی

۱. گزینه ۲ درست است.



این مدار شامل ورودی ضربه، مدار ساده و جمع‌و‌جوری است و شما به راحتی می‌توانید آن را حل کنید ولی در همین

اولین سؤال بگذارید تکلیف تمامی مدارها با ورودی ضربه را از هر مرتبه‌ای که می‌خواهند باشند، روشن کنیم. این مسایل را یا باید در حوزه لاپلاس حل کنید که هنوز با آن آشنا نشده‌ایم یا در حوزه زمان و اکثر سؤالات به راحتی در همین حوزه با شگردی که الان به شما یاد می‌دهم حل می‌شود.

ورودی ضربه کاری که انجام می‌دهد، ایجاد پرش در ولتاژ خازن و جریان سلف است و بعد از آن از کار می‌افتد و صفر می‌شود، پس مهم‌ترین مسئله یافتن مقدار پرش و از روی آن مقدار اولیه‌های خازن‌ها و سلف‌ها است؛ پس قدم‌های زیر را خوب به خاطر بسپارید:

۱. صفر کردن ورودی‌های غیرضربه در لحظه اعمال ورودی ضربه $\delta(t - t_0)$ ، چون مطمئناً آن‌ها پرش ایجاد نمی‌کنند.
۲. اتصال کوتاه کردن تمامی خازن‌ها و مدار باز کردن تمامی سلف‌ها، چون مقادیر اولیه سلف‌ها و خازن‌ها روی مقدار پرش و کارکرد ورودی ضربه بی‌تأثیر هستند.
۳. یافتن جریان خازن‌های اتصال کوتاه‌شده و ولتاژ سلف‌های مدار باز شده که حتماً تابعی از ورودی ضربه است؛ چون ورودی دیگری در مدار وجود ندارد.
۴. و قدم آخر یافتن مقادیر اولیه از روی فرمول‌های کلی ولتاژ خازن و جریان سلف.

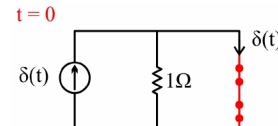
$$V_C(t_0^+) = V_C(t_0^-) + \frac{1}{C} \int_{t_0^-}^{t_0^+} i_C(t) dt$$

$$i_L(t_0^+) = i_L(t_0^-) + \frac{1}{L} \int_{t_0^-}^{t_0^+} V_L(t) dt$$



پس در این سؤال بعد از اتصال کوتاه کردن خازن‌ها کل جریان $\delta(t)$ از این اتصال کوتاه می‌گذرد و داریم:

$$V_1(0^+) = V_1(0^-) + \frac{1}{C} \int_{0^-}^{0^+} i_C(t) dt = 0 + \frac{1}{3} \int_{0^-}^{0^+} \delta(t) dt = \frac{1}{3} V$$



بنابراین گزینه ۲ درست است.



برای تمرین بیایید از یک راه دیگر هم مسئله را حل کنیم؛ مدار LTI است و با به دست آوردن پاسخ پله و مشتق

گرفتن می‌توان پاسخ ضربه را به دست آورد. ولتاژ دو سر خازن‌ها را $V_C(t)$ در نظر بگیریم، به دست آوردن پاسخ پله $V_C(t)$ و از روی آن پاسخ ضربه را به شما واگذار می‌کنم، کار ساده‌ای است.



بله، باید از رابطه طلاییه استفاده کرد:

$$V_C(t) = V_\infty \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$$

در زمان بی‌نهایت که خازن‌ها مدار باز می‌شود و کل جریان $u(t)$ از مقاومت 1Ω می‌گذرد، $V_\infty = 1V$ است و برای ثابت زمانی هم داریم:

$$\tau = RC = 1 \times \frac{3 \times 6}{3 + 6} = 2 \Rightarrow V_C(t) = \left(1 - e^{-\frac{t}{2}} \right) \Rightarrow h(t) = V'_C(t) = \frac{1}{2} e^{-\frac{t}{2}}$$



و برای $V_1(t)$ باید از تقسیم ولتاژ استفاده کرد:

$$V_1(t) = \frac{6}{6+3} h(t) = \frac{1}{3} e^{-\frac{t}{2}} \Rightarrow V_1(0) = \frac{1}{3}$$

۲. گزینه ۲ درست است.



نه، چون مقاومت غیرخطی داریم و شرط استفاده از رابطه طلاییه خطی بودن مدار است.



به نظر شما اینجا می‌توان از رابطه طلاییه استفاده کرد؟



بله، برای یادآوری سریع مرور می‌کنم که رابطه طلاییه برای مدار مرتبه اول خطی تغییرناپذیر با زمان با ورودی DC

برای جریان یا ولتاژ هر قسمتی در مدار قابل نوشتن است و رابطه صفره و بی‌نهایتیه برای مدار مرتبه n با ورودی DC برقرار است و شرط خطی بودن و تغییرناپذیر با زمان بودن را لازم ندارد.



پس باید از KCL یا KVL استفاده کنیم و به معادله دیفرانسیل مرتبه 1 برسیم و آن را حل کنیم. با استفاده از KCL داریم:

$$I_C + I_R = 0$$



برای I_R باید کدامیک از خطها را در نظر بگیریم؟



ولتاژ خازن که همان ولتاژ مقاومت است از 4V به 2V می‌رسد، پس روی نیم‌خط بالایی به معادله $I = V + 2$ حرکت می‌کند. پس:

$$1 \frac{dV_C}{dt} + V_C + 2 = 0$$



و حل این معادله دیفرانسیل جدایی‌پذیر هم که سخت نیست:

$$-\frac{dV_C}{(V_C + 2)} = dt$$



حال با حدودی که می‌دانیم از رابطه بالا انتگرال می‌گیریم:

$$\int_4^2 -\frac{dV_C}{(V_C + 2)} = \int_0^t dt \Rightarrow -\ln(V_C + 2) \Big|_4^2 = t \Big|_0^t \Rightarrow t = \ln \frac{3}{2}$$

۳. گزینه ۴ درست است.



من اشتباه می‌کنم یا سؤال گمراه‌کننده است؟! اصلاً به مدار مسئله نیازی نداریم، مقاومت دیود در حالت نوسانی را داریم و مشخصه $I-V$ دیود را هم داریم و می‌دانیم:

$$R = \frac{\partial V_D}{\partial I_D} \Rightarrow \frac{1}{R} = \frac{\partial I_D}{\partial V_D}$$

پس اگر از I_D برحسب V_D مشتق بگیریم و برابر $\frac{1}{R}$ در حالت نوسانی قرار دهیم، V_D در حالت نوسانی به دست می‌آید:

$$\frac{\partial I_D}{\partial V_D} = 7.5 V_D^2 - 3 V_D + 0.225 = -\frac{3}{40} \Rightarrow V_D = 0.2$$

پس گزینه ۴ درست است.



کاملاً درست است، استفاده از همه داده‌های مسئله اجباری نیست.

۴. گزینه ۴ درست است.



معنای سؤال این است که بعد از لحظه $R_1 C$ ، ولتاژ منبع جریان که همان ولتاژ خازن هم هست، حالت گذرا نداشته

باشد. پس باید چه شرطی را برقرار کنیم؟



چون شرایط استفاده از رابطه طلایه برقرار است، برای از بین بردن بخش گذرا مقدار اولیه و نهایی را باید برابر قرار

کنیم؛ پس:

$$V_C(t = R_1 C) = V_\infty$$



قبل از بسته شدن کلید که $V_C(t)$ به راحتی قابل محاسبه است:

$$V_C(t) = (V_0 - V_\infty) e^{-\frac{t}{\tau}} + V_\infty$$

راستی V_0 را صورت سؤال نداده است.



ورودی چون پله است، پاسخ آن را در حالت صفر در نظر می‌گیریم؛ چون قبل از لحظه صفر منبعی وجود نداشته

است که خازن را شارژ کند.

$$V_C(t) = V_\infty \left(1 - e^{-\frac{t}{R_{eq} C}} \right) = R_1 \left(1 - e^{-\frac{t}{R_1 C}} \right)$$

و حالا ولتاژ خازن که قبل و بعد از بسته شدن کلید پیوسته است، قابل محاسبه می‌شود:

$$V_C(t = R_1 C) = R_1 (1 - e^{-1})$$



برابر R_1 می‌شود؟ مگه در زمان بی‌هایت کلید بسته نشده است؟



اشتباه بزرگ و شایعی می‌کنید؛ ما معادله $V_C(t)$ را برای $t < R_1 C$ نوشته‌ایم و V_∞ را هم باید برای مدار با شکلی

که در زمان $t < R_1 C$ دارد به دست آوریم. به بلاهایی که در آینده قرار است به سر این مدار بیاید کاری نداریم.



بله متوجه شدم. حالا بعد از بسته شدن کلید به دست آوردن V_∞ ساده است:

$$V_\infty = 1 \times \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

و این دو مقدار را باید با هم برابر قرار داد و R_2 را به دست آورد:

$$R_1 (1 - e^{-1}) = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow R_2 = (e - 1) R_1$$

۵. گزینه ۱ درست است.



به یاد داشته باشید در تست‌های مربوط به مدارهای مرتبه اول و دوم و بالاتر از تکنیک رد گزینه به کمک رابطه صفره

و بی‌نیایته به خوبی می‌توان استفاده کرد. بیایید برای این سؤال امتحان کنیم.



$V_C(0) = 0$ که در همه گزینه‌ها صدق می‌کند، پس $V_C(\infty)$ را بیابیم. با باز شدن خازن و صفر شدن جریان آن

شاخه، ولتاژ دو سر مقاومت تغییرپذیر با زمان هم صفر می‌شود؛ پس ولتاژ خازن همان ولتاژ دو سر مقاومت 2Ω است که با تقسیم ولتاژ برابر ۱ ولت می‌شود.

فقط گزینه ۱ این شرط را برآورده می‌کند، بنابراین گزینه ۱ درست است.

۶. گزینه ۲ درست است.

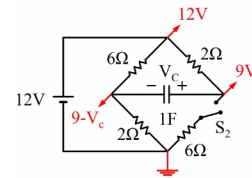


گزینه‌ها در پارامترهای مختلفی متفاوت‌اند، حالا باید یک مقدار دقت کنیم، ببینیم پیدا کردن کدامشان آسان‌تر است.

مثلاً می‌توانیم دنبال مقدار اولیه ولتاژ خازن در لحظه بسته شدن کلید S_2 باشیم. مقدار نهایی هم که در همه گزینه‌ها یکسان است و پیدا کردنش بی‌فایده است.

حالا برویم به لحظه‌ای قبل از بسته شدن کلید S_2 که ولتاژش به 9 ولت رسیده و به دنبال ولتاژ خازن بگردیم که به دلیل پیوستگی با ولتاژ اولیه خازن بعد از بسته شدن کلید برابر است. بعد از KVL بازی یک KCL در گره مرکب بزنیم:

$$\text{KCL: } \frac{9-12}{2} + \frac{9-V_C}{2} + \frac{9-V_C-12}{6} = 0 \Rightarrow V_C = 3.75$$



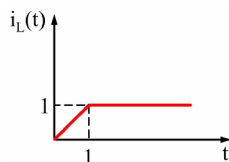
۷. گزینه ۱ درست است.



در لحظه صفر که i_L برابر صفر است و جریان $u(t)$ از دیود می‌گذرد، دیود روشن می‌شود و اتصال کوتاه است. پس:

$$V_L(t) = u(t) \Rightarrow i_L(t) = i_L(0) + \frac{1}{L} \int_0^t V_L(t) dt = 0 + \frac{1}{1} \int_0^t u(t) dt = r(t)$$

پس جریان سلف به تدریج از 0 شروع به افزایش می‌کند، وقتی به 1 A رسید، جریان عبوری از دیود صفر می‌شود و دیود خاموش می‌شود.



در نتیجه بعد از زمان $t = 1s$ که دیود خاموش می‌شود، $i_L(t) = 1$ است.



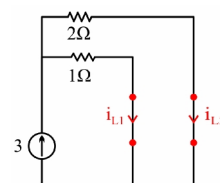
و با توجه به نمودار و در نظر گرفتن شیبها تنها گزینه ۱ درست است.

۸. گزینه ۲ درست است.

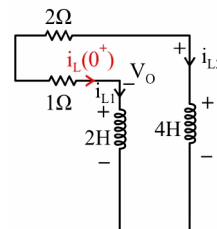


در زمان 0^- که مدار به حالت پایدار رسیده است و سلفها اتصال کوتاه‌اند، پس مدار به شکل زیر درمی‌آید:

$$i_{L_1}(0^-) = 2, \quad i_{L_2}(0^-) = 1$$



و در زمان 0^+ مدار به صورت زیر می‌شود:



$$V_o(t) = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

حالا باید پاسخ ورودی صفر به $V_o(t)$ را به دست آورید که به صورت زیر است:

$$V_o(t) = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

پس باید جریان در لحظه صفر مدار را داشته باشید.



به دست آوردن جریان معادل در حالت سری شدن سلف‌های از قبل شارژ شده را بلدیم، از قانون بقای شار استفاده می‌کردیم:

$$i_L(0^+) = \frac{L_1 i_{L_1}(0^-) + L_2 i_{L_2}(0^-)}{L_1 + L_2} = \frac{2 \times 2 + 4 \times 1}{2 + 4} = \frac{4}{3}$$



نه قرار بود در صورت رابطه جمع را جبری در نظر بگیریم و چون جریان سلف‌ها خلاف جهت یکدیگر هستند، در

نتیجه $\phi = Li$ آن‌ها هم پلاریته متفاوت خواهند داشت. به قول استاد $K\phi L$ زدن هم درست مانند KVL زدن است:

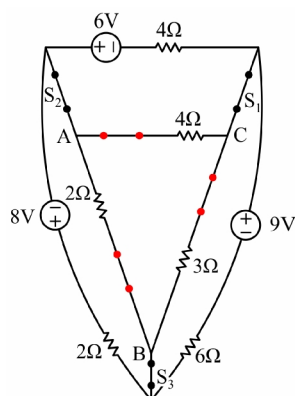
$$i_L(0^+) = \frac{4-4}{6} = 0 \Rightarrow V_o(0^+) = 0$$

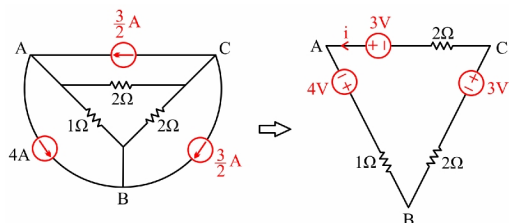
۹. گزینه ۱ درست است.



چون در لحظه $t = 0$ زمان زیادی از کار کردن مدار گذشته است، سلف‌ها اتصال کوتاه شده‌اند.

جریان اولیه سلف‌ها با چندتا KCL، KVL به دست می‌آید.





می‌شود یک کار کمی کلاسیک‌تر هم انجام داد



و از تبدیلات متناوب تونن - نورتن استفاده کنیم.

$$\Rightarrow i = \frac{10}{5} = 2A \Rightarrow \begin{cases} V_{AB} = -4 + 2 \times 1 = -2 \Rightarrow i_{L_1} = \frac{-2}{2} = -1A \\ V_{BC} = -3 + 2 \times 2 = 1 \Rightarrow i_{L_2} = \frac{1}{3}A \\ V_{CA} = -3 + 2 \times 2 = 1 \Rightarrow i_{L_3} = \frac{1}{4}A \end{cases}$$

بعد از باز شدن کلید، جریان ورودی صفر را باید به دست آوریم. برای یافتن I_0 باید به سری شدن سلف‌های از قبل



شارژ شده دقت کنیم:

$$i_L(0^+) = \frac{-1 \times 2 + \frac{1}{3} \times 3 + \frac{1}{4} \times 1}{2 + 3 + 1} = -\frac{1}{8}$$

۱۰. گزینه ۳ درست است.

باید $V_C(0)$ و $V_C(\infty)$ را به دست آوریم و از رابطه طلاییه استفاده کنیم. در $t = 0^-$ مدار...

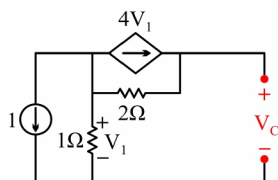


قبل از شروع به حل اگر به گزینه‌ها دقت کنیم، می‌بینیم که مقدار نهایی همه آن‌ها متفاوت است؛ پس یافتن آن



برای حل کافیست.

و در زمان بی‌نهایت مدار به صورت زیر خواهد بود:





چون جریان خازن صفر است، $4V_1$ وارد مقاومت 2Ω و $1A$ وارد مقاومت 1Ω می شود. پس داریم:

$$V_1 = -1$$

$$\text{KVL: } V_C(\infty) = 2 \times 4V_1 + V_1 = 9V_1 = 9 \times -1 = -9V$$

و تنها گزینه ۳ شرط بالا را ارضا می کند.

۱۱. گزینه ۴ درست است.



$V_X = 0$ در زمان برابر شدن ولتاژ خازن و ولتاژ سلف روی می دهد و به دست آوردن این ولتاژها هم با توجه به

مرتبه اول بودن مدارها کار سختی نیست:

$$V_L(t) = (V_{L_0} - V_{L\infty})e^{-\frac{R}{L}t} + V_{L\infty} = (200 - 0)e^{-2000t} + 0$$

$$V_C(t) = (V_{C0} - V_{C\infty})e^{-\frac{1}{RC}t} + V_{C\infty} = (0 - 100)e^{-1000t} + 100$$

$$V_L(t) = V_C(t) \Rightarrow 200e^{-2000t} = -100e^{-1000t} + 100$$



اگر e^{-1000t} را برابر x در نظر بگیریم، یک معادله درجه ۲ خواهیم داشت:

$$2x^2 + x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4(2)}}{4} \Rightarrow e^{-1000t} = \frac{1}{2} \Rightarrow t = -\frac{\ln 0.5}{1000}$$

۱۲. گزینه ۴ درست است.



انرژی اولیه خازن ها به راحتی به دست می آید:

$$W(0^-) = \sum \frac{1}{2} C_i V_i^2 = \frac{1}{2} (6 \times 25 + 2 \times 900 + 1 \times 900) = 1425 \mu J$$

بعد از بسته شدن کلید هم، یک مدار RC مرتبه اول داریم و به راحتی می توانیم i_R و از آنجا انرژی تلف شده در مقاومت را به دست آوریم:

$$C' = 2\mu F \parallel 1\mu F = 2 + 1 = 3\mu F$$

$$C = \frac{3 \times 6}{3 + 6} = 2\mu F \text{ کل}$$

$$V_{(0)} = 30 - 5 = 25V$$

پس برای $i_R(t)$ داریم:



$$i_R(t) = i_R(0)e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{25}{250k} e^{-\frac{t}{2\mu \times 250k}} = 10^{-4} e^{-2t}$$

رابطه انرژی را هم که بلدیم:

$$W = \int_0^{\infty} P dt = \int_0^{\infty} R i_R^2 dt = \int_0^{\infty} 250k \times 10^{-8} e^{-4t} dt = 625 \mu J \Rightarrow \frac{W}{W(0^-)} = \frac{625}{1425} = \%43.86$$

۱۳. گزینه ۱ درست است.



لزومی به بررسی i_L تا قبل از زمان Δ نیست. گزینه‌های ۳ و ۴ هم مطمئناً نادرست هستند، چون ضربه و سلف‌های

از قبل شارژشده سری نداریم و i_L باید پیوسته باشد.



بعد از زمان Δ منبع جریان صفر می‌شود و جریان سلف که مقداری مثبت است، از مقاومت می‌گذرد و در

نمودار $V-I$ مقاومت می‌بینیم که برای جریان‌های منفی ولتاژ مقاومت صفر می‌شود که با ولتاژ سلف هم برابر است و با صفر شدن V_L جریان i_L ثابت باقی خواهد ماند.

$$V_L = L \frac{di_L}{dt} \xrightarrow{V_L=0} i_L = \text{مقدار ثابت}$$

۱۴. گزینه ۲ درست است.



باز مقاومت غیرخطی داریم و باید به معادله دیفرانسیل برسیم و آن را حل کنیم:

$$i_C + i_R = 0 \rightarrow 1 \frac{dV_C}{dt} + \frac{V_C^3}{3} = 0 \rightarrow \frac{dV_C}{dt} = -\frac{V_C^3}{3} \rightarrow \int_3^{V_C} \frac{dV_C}{V_C^3} = -\frac{1}{3} \int_0^1 dt$$

$$\rightarrow \left. \frac{V_C^{-2}}{-2} \right|_3^{V_C} = -\frac{1}{3} t \Big|_0^1 \rightarrow V_C^2 = \frac{9}{7} \rightarrow V_C = \pm \frac{3}{\sqrt{7}}$$

حالا کدام را باید انتخاب کنیم؟



من فکر می‌کنم چون مقاومت غیرفعال داریم، پاسخ ورودی صفرمان از یک مقدار اولیه‌ای ($V_C(0) = 3V$) شروع

به کار می‌کند و کاهش می‌یابد تا به صفر برسد، پس $\frac{3}{\sqrt{7}}$ قابل قبول است.



کاملاً درسته، پس گزینه ۲ درست است.

۱۵. گزینه ۳ درست است.



در حالت ماندگار هم فکر می‌کنم باز شارژ و دشارژ خازن را داریم،



ولی نمی‌دانیم از چه مقدار تا چه مقداری؛ پس منحنی به صورت مقابل است:



و می‌توانید معادله تغییرات $V_o(t)$ در هر کدام از بازه‌های شارژ و دشارژ خازن را بنویسید.



صبر کنید ببینم، در زمان شارژ شدن:

$$V_{o1}(t) = (V_1 - 1)e^{-t} + 1$$

و در زمان دشارژ شدن:

$$V_{o2}(t) = (V_2 + 1)e^{-(t-1)} - 1$$



پس V_1 و V_2 را می‌توانیم به دست آوریم:

$$V_2 = V_{o1}(t=1) = (V_1 - 1)e^{-1} + 1$$

$$V_1 = V_{o2}(t=2) = (V_2 + 1)e^{-1} - 1$$

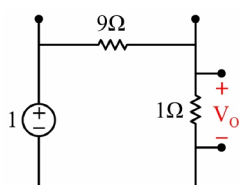


از حل دو معادله دو مجهول به مقدار V_2 که دامنه ماکزیمم ولتاژ خروجی است می‌توانیم برسیم، ولی قبل از حل یک نگاهی به گزینه‌ها بیندازید. همه گزینه‌ها جز گزینه ۳ مقداری بیشتر از 1 دارند، درحالی‌که با ورودی که بیشترین مقدارش 1 است، خروجی نمی‌تواند بیشتر از 1 باشد.

۱۶. گزینه ۴ درست است.



رابطه صفره و بی‌نهایتی که برای مدارهای مرتبه n با ورودی DC برقرار است و در زمان بی‌نهایت مدار به صورت زیر است:



$$V_o(\infty) = \frac{1}{1+9} \times 1 = 0.1$$

پس گزینه ۴ درست است.



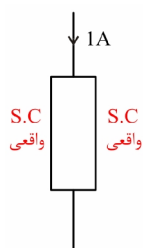
من به سؤال دارم! پاسخ پله یعنی پاسخ به ورودی پله در حالت صفر، پس $V_o(0)$ باید برابر صفر باشد؛ ورودی ضربه

یا خازن‌های موازی هم نداریم، چطور $V_o(0) = \frac{1}{10}$ شده است؟

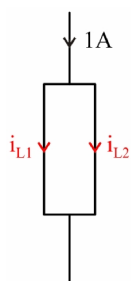


سؤال خیلی خوبیه، بگذارید به درس کوچک و بسیار مهم در خلال این مسئله بدهم. مداری

به صورت مقابل را در نظر بگیرید. در هر شاخه چقدر جریان وارد می‌شود؟



$\frac{1}{2}A$ ، چون شاخه‌ها کاملاً مشابه هستند و دلیلی ندارد که جریان متفاوت داشته باشند.



کاملاً درسته. حالا مداری شامل دو سلف موازی در نظر بگیرید که در زمان بی‌نهایت اتصال

کوتاه شده‌اند. جریان هر یک از سلف‌ها چقدر می‌شود؟





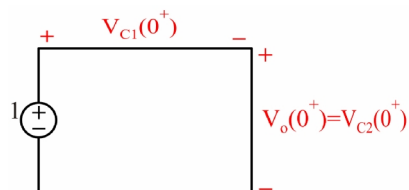
چقدر جالب! اگر از تقسیم جریان بین سلفها استفاده کنیم:

$$i_{L_1} = \frac{L_2}{L_1 + L_2} \times 1, \quad i_{L_2} = \frac{L_1}{L_1 + L_2} \times 1$$



دقیقاً، در این مسئله هم، همین اتفاق افتاده است:

$$V_o(0^+) = V_{C_2}(0^+) = \frac{C_1}{C_1 + C_2} \times 1 = \frac{1}{10}$$



راستی به نظر شما مدار مرتبه چندم است؟



به نظر مرتبه دوم می‌آید، دو خازن که سری یا موازی نیستند.



درس‌مون که جلوتر بره این مطلب را راحت تشخیص می‌دهید. مدار مرتبه 1 است. ببینید، اگر V_{C_2} را شما داشته

باشید، برای به دست آوردن V_{C_1} چه کار می‌کنید؟



چه جالب! منظورتان را گرفتم. یک KVL ساده لازم دارد:

$$V_{C_1} = 1 - V_{C_2}$$



پس می‌بینید که فقط ولتاژ یکی از خازن‌ها را باید به دست آورید و ولتاژ دیگری به دلیل ایجاد حلقه خازنی به آن

وابسته است. حالا که مدار مرتبه 1 است و مقدار اولیه و نهایی با یکدیگر برابر شده‌اند، حالت گذرا از بین رفته است و در کل حوزه زمان تابع ثابت داریم.

۱۷. گزینه ۴ درست است.



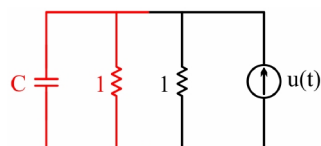
مدار سمت چپ باید فقط شامل مقاومت و خازن باشد؛ چون اگر سلف داشت، مدار سمت راست مرتبه دو می‌شد، ولی

گزینه‌ها به صورت پاسخ مدار مرتبه اول است.



موافقم. $V(t)$ در مدار چپی در زمان بی‌نهایت که خازن مدار باز می‌شود $\frac{1}{2}$ شده است، پس دو مقاومت 1Ω

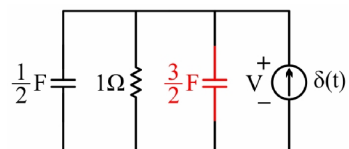
وجود داشته است که با هم موازی شده‌اند.



$$\tau = RC = \frac{1}{2} \times C = \frac{1}{4} \Rightarrow C = \frac{1}{2} F$$



پس مدار راستی به صورت زیر است:



$$\tau = RC = 1 \times \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2} \right) = 2$$



پس یکی از گزینه‌های ۳ یا ۴ درست هستند و کفایت مقدار اولیه ولتاژ خازن به ورودی ضربه را بیابیم. خازن معادل

2F است. پس:

$$V_C(0^+) = \frac{1}{C} = \frac{1}{2}$$

۱۸. گزینه ۱ درست است.



i_N را کدام طرف بگیریم؟!



هر وقت جهت را به ما ندادند، علامت استاندارد را باید در نظر بگیریم، پس؟



دقیقاً

به سمت چپ.



حالا یک KCL بنویسیم:



$$i(t) = i_L(t) + i_N(t) = \left(i_{L0} + \frac{1}{L} \int V_L dt \right) + i_N(t)$$

i_{L0} که باید صفر باشد چون قبل از لحظه صفر مدار منبع نداشته که سلف را شارژ کند و به جای V_L هم $u(t)$



می گذاریم.

و چون V_N هم با V_s موازی است، پس مقدارش برابر 1 می شود و از روی مشخصه، i_N هم 1 خواهد بود، پس:



$$i(t) = 0 + \int_0^t u(t) dt + 1 = r(t) + 1$$



یعنی گزینه ۱.

۱۹. گزینه ۴ درست است.



انرژی انتگرال توان است، پس برای منبع جریان داریم:

$$w = \int_0^t \frac{1}{2} V_c(t) dt$$

و $V_c(t)$ را هم از رابطه پلائی به دست می آوریم:

$$V_c(t) = (4 - 1)e^{-t} + 1$$

مقدار نهایی ولتاژ خازن -1 می‌شود نه! باز هم حواس‌پرتی کردم.



حالا معادله ولتاژ خازن را برابر یک ولت قرار می‌دهیم تا بازه زمانی انتگرال‌گیری را به‌دست آوریم.



$$V_c(t) = (4 - (-1))e^{-t} - 1 = 1 \Rightarrow e^{-t} = \frac{2}{5} \Rightarrow t = \ln \frac{5}{2} = 0.92$$

$$w = \int_0^{0.92} \left(\frac{5}{2}e^{-t} - \frac{1}{2} \right) dt = \left(-\frac{5}{2}e^{-t} - \frac{1}{2}t \right) \bigg|_0^{0.92} = -\frac{5}{2}e^{-0.92} + \frac{5}{2} - \frac{1}{2} \cdot 0.92 = 1.04$$

که چون مثبت است پس انرژی گرفته است و گزینه ۴ درست است.

۲۰. گزینه ۴ درست است.

اگر بخواهیم خازن شارژ و دشارژ نشود با توجه به رابطه طلاییه باید مقدار اولیه و نهایی ولتاژ خازن برابر شوند.



$$V_c(t) = (V_{C0} - V_{C\infty})e^{-\frac{t}{\tau}} + V_{C\infty}$$

مدار را در حالت پایدار رسم کنیم و ولتاژ خازن را برابر 4 قرار دهیم:



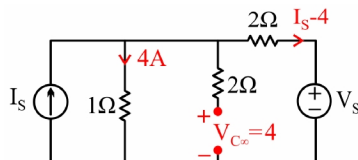
$$V_{C\infty} = 4$$

$$t \rightarrow \infty$$

خازن مدار باز است و مقاومت 2 اهم سری با آن هم جریان و ولتاژش صفر است، پس کل ولتاژ 4 ولت دو سر



مقاومت 1 اهم می‌افتد و جریانش 4 آمپر می‌شود و با یک KCL بازی ساده و KVL رابطه بین V_s و I_s مشخص می‌شود.



$$2(I_s - 4) + V_s - 4 = 0 \Rightarrow 2I_s + V_s = 12$$

۲۱. گزینه ۲ درست است.

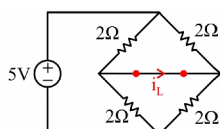


اگر در گزینه‌ها t را برابر صفر قرار دهیم می‌بینیم که مقدار اولیه همه گزینه‌ها از هم متمایز است، پس کافی است

$i_L(0^-)$ را به دست آوریم.



پس مدار را در $t = 0^-$ رسم می‌کنیم:



به خاطر وجود پل وتستون $i_L(0^-) = 0$

۲۲. گزینه ۳ درست است.



اگر از جمع آثار برویم و منبع جریان را مدار باز

برای ثابت زمانی باید مقاومت معادل از دو سر

خازن را بیابیم و منبع جریان را هم مدار باز کنیم.

کنیم، به دلیل پل وستون i_c برابر صفر می‌شود، پس گزینه ۴ اشتباه است و فقط می‌توانیم اثر منبع جریان را محاسبه کنیم و V_s اتصال کوتاه باشد.



پس داریم:

$$\tau = R_{eq}C = (2R \parallel 2R + 2R \parallel 2R)C = 2RC$$

حال مقدار اولیه یعنی $i_c(0^+)$ را لازم داریم و چون مدار در حالت صفر است، خازن هم اتصال کوتاه است.

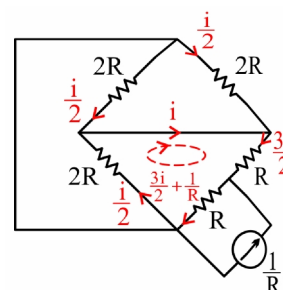


با توجه به موازی بودن مقاومت‌های $2R$ سمت چپ تقسیم جریان می‌کنیم و چون دو مقاومت بالایی هم موازیند،

پس باید هم‌جریان باشند، بعد KCL بازی را ادامه می‌دهیم و KVL می‌زنیم.

$$R \frac{3}{2}i + R \left(\frac{3}{2}i + \frac{1}{R} \right) + 2R \frac{i}{2} = 0$$

$$i = -\frac{1}{4R}$$



۲۳. گزینه ۱ درست است.



اولین قدم به دست آوردن $V_c(0^-)$ است که چون خازن مدار باز شده با تقسیم ولتاژ داریم:

$$V_c(0^-) = \frac{2}{2+3} \times 5 = 2V$$

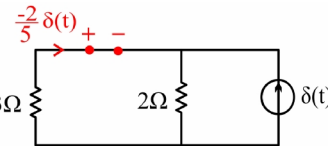
که فقط در گزینه ۴ صدق می کند.



ورودی $\delta(t)$ شرایط پیوستگی ولتاژ خازن را به هم می زند، یادت رفت؟! ورودی های غیرضربه رو صفر می کردیم و

خازن را اتصال کوتاه تا جریانش را در لحظه ۰ پیدا کنیم و بعد داخل فرمول کلی ولتاژ خازن بگذاریم:

$$V_c^-(0^+) = V_c(0^-) + \frac{1}{C} \int_{0^-}^{0^+} i_c(t) dt = 2 + 1 \int_{0^-}^{0^+} \frac{-2}{5} \delta(t) dt = \frac{8}{5}$$



پس گزینه ۱ درست است.

۲۴. گزینه ۴ درست است.



اگر مدت زمان طولانی ۲۰ ثانیه چهار برابر بزرگترین ثابت زمانی است. پس:

$$\tau_{\max} = 5 \text{ sec}$$

که می تواند ثابت زمانی مدار مرتبه اول سلفی یا خازنی باشد:

$$\tau_{\max} = 5 = \frac{L}{r} = \frac{L}{2} \Rightarrow L_{\max} = 10H$$

$$\tau_{\max} = 5 = rc = 2c \Rightarrow c_{\max} = \frac{5}{2}F$$

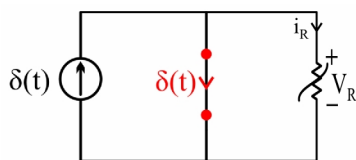
پس گزینه ۱ صحیح و گزینه ۳ غلط است.



گزینه ۲ هم درست است چون اگر هیچ سلف و خازنی هم در کار نباشد، منبع جریان با ثابت زمانی ۱ ثانیه پس از ۴

ثانیه صفر می شود و منبع ولتاژ هم با ثابت زمانی ۵ ثانیه بعد از ۲۰ ثانیه صفر خواهد شد و زمانی که منابع مدار صفر شوند، همه جریان ها و ولتاژهای مدار صفر خواهند بود

۲۵. گزینه ۲ درست است.



مثل همه سؤالات با ورودی ضربه خازن را باید اتصال کوتاه کنیم و جریانش را به دست بیاوریم و بعد در فرمول کلی V_c بگذاریم که در این مدار با V_R هم برابر است و مقدار اولیه V_R به دست می آید.



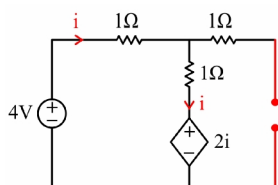
در مقاومت غیرخطی هم چون $V_R = 0$ شده، i_R هم صفر خواهد بود و جریانی عبور نمی کند. پس:



$$V_c(0^+) = V_c(0^-) + \frac{1}{c} \int_{0^-}^{0^+} i_c dt = 0 + \frac{1}{2} \int_{0^-}^{0^+} \delta(t) dt = \frac{1}{2}$$

حال با جایگذاری $t = 0$ در گزینه‌ها به گزینه ۲ می‌رسیم که $V_R(0^+)$ را برابر $\frac{1}{2}$ نشان می‌دهد.

۲۶. گزینه ۱ درست است.



به دست آوردن مقدار اولیه که با توجه به گزینه‌ها به درد نمی‌خورد،

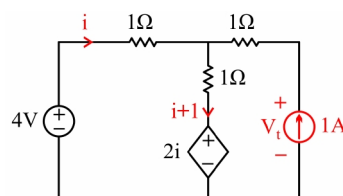
پس به دنبال ثابت زمانی و مقدار نهایی در رابطه طلاییه باشیم. برای مقدار نهایی که خازن مدار باز شده است، داریم:



$$4 = i + i + 2i = 4i \Rightarrow i_{\infty} = 1A$$

برای ثابت زمانی هم مقاومت معادل از دو سر خازن را می‌خواهیم که باید I_t بگذاریم:

$$4 = i + (1 + i) + 2i \Rightarrow i = \frac{3}{4}$$



سرتو نکوبی تو دیوارا... یادت رفت قبل از I_t گذاشتن منبع مستقل را صفر کنی، پس:

$$i = -\frac{1}{4} \Rightarrow R = V_t = 1 - i = \frac{5}{4} \Rightarrow \tau = RC = \frac{5}{2}$$

۲۷. گزینه ۲ درست است.



مدار مرتبه اول غیرخطی داریم، پس باید معادله دیفرانسیل بنویسیم و حل کنیم:

$$i_C + i = 0$$

در نمودار سه تا خط وجود دارد که ولتاژ خازن از -1 به 0 می‌رسد، کدام معادله را باید بنویسیم؟!

$$\frac{dv_c}{dt} + ? = 0$$



یه فکر باحال، ولتاژ خازن از -1 به 0 در حال زیاد شدن است، پس مشتقش مثبت است و جمعش با i باید صفر

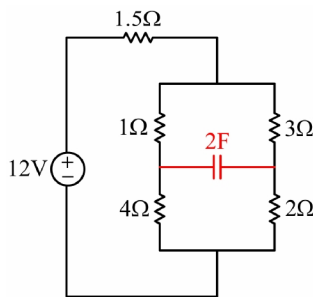
بشود، پس i منفی است و فقط یکی از آن سه خط مذکور i منفی دارد.

$$\frac{dv_c}{dt} + v_c - 2 = 0 \Rightarrow \int_{-1}^0 \frac{dv_c}{2 - v_c} = \int_0^t dt \Rightarrow t = -\ln(2 - v_c) \Big|_{-1}^0 = \ln \frac{3}{2}$$

بنابراین گزینه ۲ درست است.

خودآزمایی فصل سوم

۱. ثابت زمانی مدار شکل مقابل کدام است؟



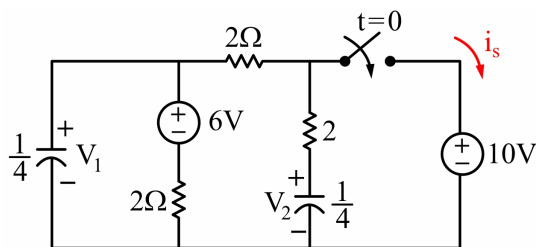
(۱) $\tau = \frac{43}{6}t$

(۲) $\tau = 8t$

(۳) $\tau = 4.3t$

(۴) هیچ کدام

۲. در مدار شکل زیر، کلید در لحظه $t = 0$ بسته می شود، i_s کدام است؟



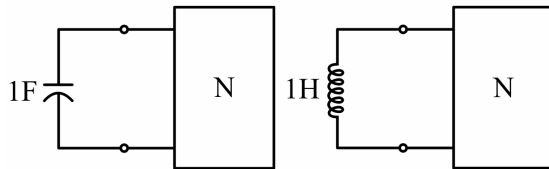
(۱) $10 - 4e^{-2t}$

(۲) $-1 - 2e^{-2t} - e^{-4t}$

(۳) $18 - 2e^{-4t}$

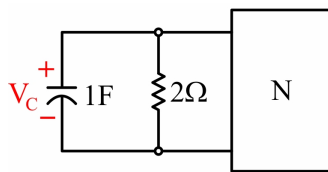
(۴) $1 - 2e^{-2t} + \frac{1}{2}e^{-4t}$

۳. شبکه N در شکل، تنها از مقاومت و منبع پله‌ای تشکیل شده است. در مدار الف به ازای $t \rightarrow \infty$ انرژی ذخیره شده در خازن $2J$ و در مدار ب به ازای $t \rightarrow \infty$ انرژی ذخیره شده در القاگر $\frac{1}{2}J$ است. $V_c(t)$ مدار ج کدام است؟



(الف)

(ب)



(ج)

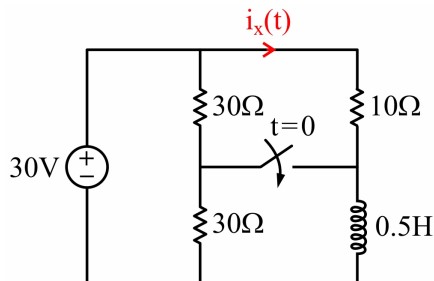
$$(1) (2 - e^{-t})u(t)$$

$$(2) (1 - 2e^{-t})u(t)$$

$$(3) (1 - e^{-t})u(t)$$

$$(4) (1 - e^{-2t})u(t)$$

۴. در مدار شکل زیر کلید برای مدت زیادی باز بوده و در $t = 0$ بسته می‌شود معادله $i_x(t)$ در $t > 0$ کدام است؟



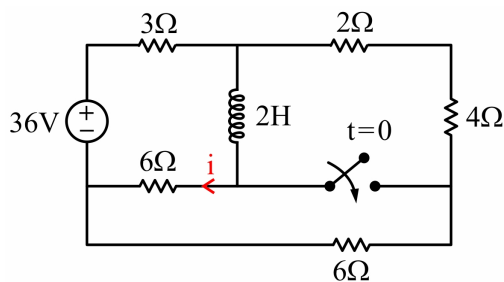
$$(1) 6 - 0.3e^{-12t}$$

$$(2) 3 - 0.6e^{-12t}$$

$$(3) 3 + 0.6e^{-12t}$$

$$(4) 3 - 0.6e^{12t}$$

۵. در مدار شکل زیر جریان i کدام است؟ (کلید پس از مدت‌ها باز بودن در $t = 0$ بسته می‌شود)



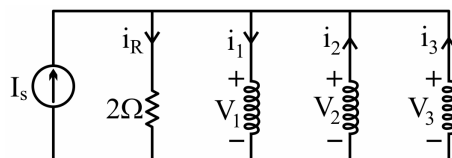
$$(1) i(t) = 3 + \left(\frac{33}{14} - 3\right)e^{-1.5t} \quad t > 0$$

$$(2) i(t) = 6 + \left(\frac{33}{14} - 6\right)e^{-1.5t} \quad t > 0$$

$$(3) i(t) = 3 + \left(\frac{33}{14} - 3\right)e^{-3t} \quad t > 0$$

$$(4) i(t) = 3 + \left(\frac{6}{7} - 3\right)e^{-1.5t} \quad t > 0$$

۶. ثابت زمانی مدار داده شده با فرض این که $\Gamma = \begin{bmatrix} 8 & -1 & 3 \\ -1 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ باشد، چقدر است؟



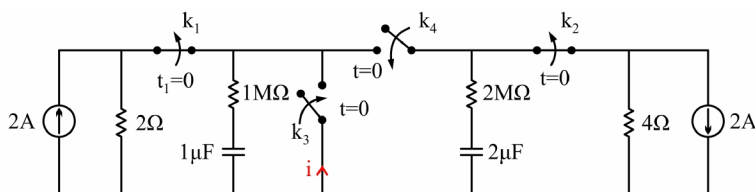
$$(2) 6$$

$$(1) \frac{2}{3}$$

$$(4) \frac{1}{6}$$

$$(3) \frac{3}{2}$$

۷. در شکل مقابل در $t = 0$ همزمان کلیدهای k_1 و k_2 باز می‌شوند کلیدهای k_3 و k_4 بسته می‌شوند پس از چه مدتی جریان i صفر خواهد شد؟



(۱) $\ln 2 \text{ sec}$

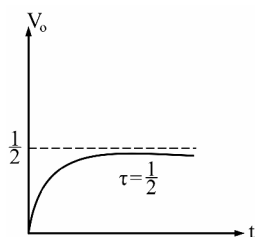
(۲) $\frac{2}{3} \ln 4 \text{ sec}$

(۳) $\frac{3}{4} \ln 2 \text{ sec}$

(۴) $\frac{4}{3} \ln 2 \text{ sec}$

۸. شبکه‌ای خطی و مقاومتی است. پاسخ $V_o(t)$ شکل (الف) داده شده است، اگر همان شبکه را در مدار شکل

(ب) قرار دهیم، $V_o(t)$ کدام است؟

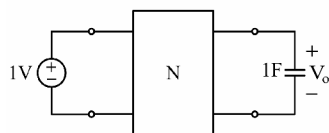


(۱) $\frac{1}{2} \left(1 - e^{-\frac{3}{2}t} \right)$

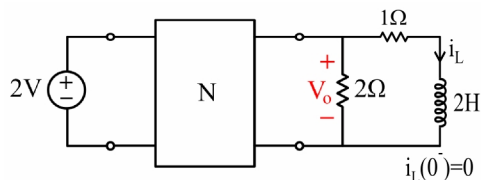
(۲) $\frac{4}{7} \left(1 + \frac{2}{5} e^{-\frac{7}{10}t} \right)$

(۳) $\frac{3}{2} \left(1 - \frac{2}{5} e^{-\frac{3}{2}t} \right)$

(۴) $\frac{4}{7} \left(1 + \frac{2}{3} e^{-\frac{7}{10}t} \right)$



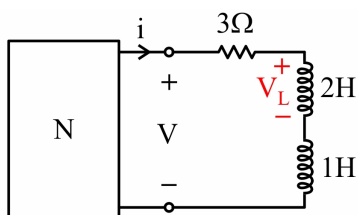
(الف)



(ب)

۹. شبکه N با رابطه $4i + V = 10$ تعریف می‌گردد. در صورتی که جریان اولیه سلف‌ها صفر باشد. ولتاژ V_L برای

$t > 0$ کدام گزینه است؟



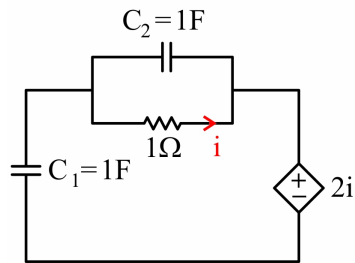
(۱) $\frac{10}{7} \left(1 - e^{-\frac{3}{7}t} \right) u(t)$

(۲) $\frac{20}{3} e^{-\frac{3}{7}t} u(t)$

(۳) $\frac{10}{7} \left(1 - e^{-\frac{7}{3}t} \right) u(t)$

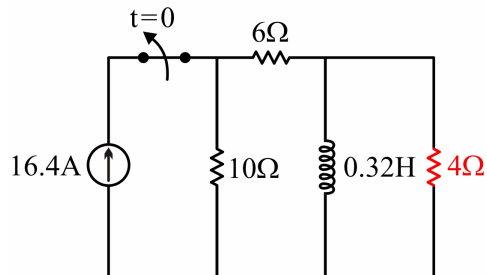
(۴) $\frac{20}{3} e^{-\frac{7}{3}t} u(t)$

۱۰. در مدار شکل مقابل ولتاژ اولیه خازن C_1 ، ۳ ولت است، جریان i برای زمان‌های $t \geq 0$ کدامیک از شکل موج‌های زیر است؟



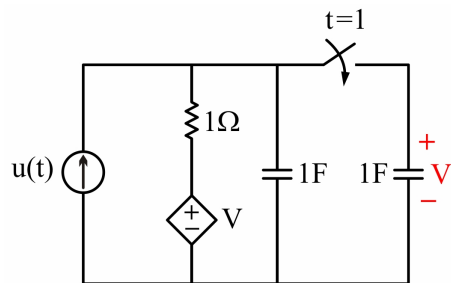
- (۱) $e^{-\frac{t}{4}}$
 (۲) $3e^{-\frac{t}{4}}$
 (۳) e^{-4t}
 (۴) $3e^{-4t}$

۱۱. در مدار شکل زیر کلید در $t=0$ باز می‌شود. چه مقدار از انرژی مدار در $t=0$ در مقاومت 4Ω تلف می‌شود؟



- (۱) 40%
 (۲) 60%
 (۳) 80%
 (۴) 90%

۱۲. در مدار زیر کلید در $t=1$ بسته می‌شود و مقدار اولیه ولتاژ خازن‌ها صفر است، ولتاژ V کدام است؟



- (۱) $\frac{-e^{-1} + r(t)}{2}$
 (۲) $\frac{1-e^{-1}}{2} + \frac{1}{2}r(t-1)$
 (۳) $\frac{e^{-1}}{2} + r(t-1)$
 (۴) $e^{-1} + r(t-1)$