

فصل هفتم: اصول تحلیل و طراحی

۹ - ۱۰ - ۱ گستره

۹ - ۱۰ - ۱ ضوابط این فصل شامل اصول کلی هستند که در تحلیل و طراحی سازه ساختمان‌های بتنی باید رعایت شوند. این اصول شامل: روش طراحی، بارگذاری و ترکیبات آنها، ضرایب ایمنی و ضوابط کلی مورد استفاده در طراحی اجزا می‌باشد.

۹ - ۱۰ - ۲ اهداف طراحی

هدف از طراحی سازه، تعیین سیستم سازه، ابعاد و مشخصات اعضای آن به‌نحوی است که شرایط زیر تأمین گردد.

۹ - ۱۰ - ۲ - ۱ ایمنی

منظور از ایمنی آن است که طراحی سیستم، اجزاء و اتصالات آن طوری باشد که سازه، پایداری و انسجام خود را حفظ نماید و ضمن حفظ شرایط اقتصادی، تحت اثر بارها و سربارهای متعارف آسیب ندیده و تحت بارها و سربارهای استثنایی گسیخته نشود.

۹ - ۱۰ - ۲ - ۲ بهره‌برداری مناسب

منظور از تأمین شرایط بهره‌برداری مناسب این است که:

- تغییر شکل و ترک خوردگی بیش از حد ایجاد نشود.
- اجزای غیر سازه‌ای آسیب نبینند.
- ساکنان ساختمان در اثر لرزش سازه احساس ناامنی نکنند.
- تحت شرایط مختلف محیطی، کیفیت مصالح مصرفی و قابلیت بهره‌برداری در اثر فرسودگی و خوردگی در طول عمر پیش‌بینی شده تأمین شود.

در این مبحث روش طراحی براساس حالت‌های حدی است. حالت‌های حدی به‌شرایطی اطلاق می‌شوند که اگر تمام یا بخشی از اعضای سازه به هر یک از آن حالات برسند قادر به انجام وظایف خود نباشد و از حیز انتفاع خارج می‌شوند. لذا با انتخاب ضرایب ایمنی مناسب، سازه باید طوری طرح شود که تحت شرایط بارگذاری محتمل به‌هیچ یک از حالت‌های حدی نرسد. حالت‌های حدی به دو بخش اصلی به‌شرح بندهای زیر تقسیم‌بندی می‌شوند.

۹ - ۱۰ - ۳ - ۱ حالت‌های حدی نهایی

این حالت‌ها در ارتباط با ظرفیت باربری حداکثر سازه تعریف شده که گذر از آن‌ها باعث ناپایداری بخش یا تمام اجزای سازه می‌شود. این حالت‌ها ممکن است در یکی از شرایط محتمل زیر مطرح شوند:

- از بین رفتن تعادل استاتیکی تمام یا قسمتی از سازه
- حصول شرایط گسیختگی یا تغییرشکل‌های بیش از حد (حد مقاومت مصالح) و یا تبدیل تمام یا بخشی از سازه به مکانیزم
- از دست رفتن پایداری تمام یا بخشی از سازه

۹ - ۱۰ - ۳ - ۲ حالت‌های حدی بهره‌برداری

این حالت‌ها به‌شرایط بهره‌برداری یا پایایی سازه مرتبط شده و گذر از آن‌ها قابلیت بهره‌برداری مناسب از بنا را از بین می‌برد و غالباً به یکی از اشکال زیر اتفاق می‌افتد:

- تغییرشکل بیش از حد اجزای سقف به‌نحوی که بر عملکرد مطلوب سازه اثر نامناسب گذاشته و یا باعث آسیب به تیغه‌ها و اجزای متکی بر سقف شود.
- ترک‌خوردگی بیش از حد و خصوصاً باز شدن ترک‌ها به‌طوری که ضمن ایجاد شرایط ظاهری نامناسب، خطر خوردگی میلگردهای فلزی را افزایش دهد.
- لرزش بیش از حد سازه تحت اثر بارهای بهره‌برداری، ماشین‌آلات و یا وسایل متحرک در این حالت لازم است میزان تغییرشکل و ترک‌خوردگی اعضای سازه تحت اثر بارهای بهره‌برداری همواره کمتر از مقادیر حدی مشخص شده در این مبحث باشد.

۹-۱۰-۴ ضرایب ایمنی

در این مبحث دو مجموعه ضرایب ایمنی جزئی به شرح (الف) و (ب) این بند تعریف می‌شوند:

الف) اولین مجموعه ضرایب ایمنی برای تشدید بارها است که با γ_f نشان داده شده و مقدار آنها بستگی به میزان عدم اطمینان در برآورد مقدار بارها دارد.
ب) دومین مجموعه ضرایب ایمنی برای تقلیل مقاومت مصالح است که با ϕ_m نشان داده شده و مقدار آنها بستگی به عدم اطمینان موجود در کیفیت مصالح، نحوه اجرا و دقت مشخصات هندسی اجزای باربر دارد.

ضریب ایمنی جزئی مقاومت بتن در قطعات درجا $\phi_c = 0.65$

ضریب ایمنی جزئی مقاومت بتن در قطعات پیش ساخته $\phi_c = 0.7$

ضریب ایمنی جزئی مقاومت فولاد $\phi_s = 0.85$

۹-۱۰-۷ مشخصات مصالح

۹-۱۰-۷-۱ در تحلیل خطی مقدار E_c در بتن معمولی با وزن مخصوص ۲۳ تا ۲۵ کیلونیوتن بر مترمکعب و مقاومت فشاری مشخصه ۲۰MPa تا ۴۰MPa می‌توان از رابطه (۹-۱۰-۱) استفاده نمود.

$$E_c = 5000 \sqrt{f_c} \quad (9-10-1)$$

۹-۱۰-۷-۲ در تحلیل خطی مقدار E_s برابر با ۲۰۰۰۰۰ مگاپاسکال منظور می‌شود.

۹-۱۰-۷-۳ ضریب انبساط حرارتی بتن معادل $1/10^5$ در نظر گرفته می‌شود.

۹-۱۰-۷-۴ ضریب پواسون بتن و فولاد را می‌توان به ترتیب برابر با ۰/۱۵ و ۰/۳ در نظر گرفت.

۹-۱۰-۷-۵ فقط بتن‌های رده C۲۰ و بالاتر را می‌توان به‌عنوان مبنای طراحی در نظر گرفت.

۹-۱۰-۷-۶ برای بتن با رده بالاتر از C۵۰ باید علاوه بر مقررات این مبحث ضوابط ویژه دیگری نیز منظور شود.

۹-۱۰-۷-۷ رده میلگردهای به کار برده در قاب‌ها و اجزای لبه‌ای دیوارهای مقاوم در برابر زلزله و همچنین فولادهای دورپیچ ستون‌ها و فولادهای عرضی پیچشی و برشی و برش اصطکاکی نباید بالاتر از رده S۴۰۰ باشند.

۹-۱۰-۷-۸ استفاده از میلگردهای ساده به‌عنوان میلگرد سازه‌ای فقط در دور پیچ‌ها مجاز می‌باشد.

۹ - ۱۰ - ۹ بارگذاری

۹ - ۱۰ - ۹ - ۱ بارهای مؤثر در طراحی سازه‌ها شامل موارد زیر می‌باشند:

- الف) بارهای دائمی، شامل وزن اجزاء سازه یا عوامل متکی بر آنها
- ب) سربارهای بهره‌برداری (زنده) و همچنین سربارهای حین ساخت، ناشی از وزن قالب و داربست بستن یک طبقه روی طبقه یا طبقات زیر
- پ) بارهای جوی، مانند باد و برف
- ت) بارهای استثنائی، مانند زلزله، حریق و برخورد وسایل نقلیه به ستون‌ها و پایه‌ها
- ث) بارهای حرارتی، جمع‌شدگی و وارفتگی بتن و نشست تکیه‌گاهی

۹ - ۱۰ - ۹ - ۲ مشخصات و میزان بارهای وارد بر سازه براساس مبحث ششم مقررات ملی ساختمان تعیین می‌شوند.

۹ - ۱۰ - ۹ - ۳ بارهای وارده با توجه به احتمال همزمان بودن با یکدیگر ترکیب شده و در طراحی هر عضو نامساعدترین وضعیت‌های احتمالی بارگذاری به‌کار گرفته می‌شوند.

۹ - ۱۰ - ۱۰ طراحی در حالت حدی نهایی مقاومت

کلیه اجزای سازه‌ای باید در حالت حدی نهایی مقاومت محاسبه شود و در هر مقطع باید رابطه عمومی زیر همواره برقرار باشد.

$$S_r \geq S_u$$

در این رابطه S_u نیروی داخلی ایجاد شده در مقطع و S_r نیروی مقاوم عضو در مقطع مورد نظر است.

۱-۳-۲- نیروهای داخلی ایجاد شده در اعضا، (S_u)

نیروهای داخلی تحت اثر ترکیبات بارگذاری زیر در اعضا ایجاد می‌شوند و شامل نیروهای محوری، برشی و لنگرهای خمشی و پیچشی می‌باشند.

جدول ۱-۱- ترکیبات مختلف بارگذاری

شرایط	ترکیب بار
ترکیب بار مبنا	$1/25D + 1/5L$
ترکیب بارهای مرده، زنده و زلزله	$D + 1/2L + 1/2E$ $0/185D + 1/2E$
ترکیب بارهای مرده، زنده و فشار خاک یا فشار آب زیرزمینی	$1/25D + 1/5L + 1/5H$ $0/185D + 1/5H$
ترکیب بارهای مرده، زنده و آثار حرارتی، جمع‌شدگی و وارفتگی بتن و نشست تکیه‌گاه‌ها	$D + 1/2L + T$ $1/25D + 1/5T$

D : بار مرده
 E : بار زلزله
 H : فشار خاک
 L : بار زنده
 F : فشار ناشی از وزن مایعات
 W : بار باد
 T : آثار تجمعی حرارت، وارفتگی و جمع‌شدگی بتن یا نشست تکیه‌گاه‌ها

تذکر:

- ۱) در شرایطی که اثر بار زنده در هر یک از ترکیبات بارگذاری کاهش‌دهنده باشد، اثر آن در نظر گرفته نمی‌شود.
- ۲) در مواردی که اثر باد قابل ملاحظه است، مقدار بار باد با بار ناشی از زلزله جایگزین می‌شود.
- ۳) در مورد فشار مایعات در صورتی که وزن مخصوص مایع مشخص و حداکثر ارتفاع آن نیز قابل کنترل باشد، مقدار H با F جایگزین شده و در ترکیب بار چهارم و پنجم، ضریب $1/5$ با $1/25$ جایگزین می‌شود.

۹ - ۱۰ - ۱۱ کنترل در حالت حدی بهره‌برداری

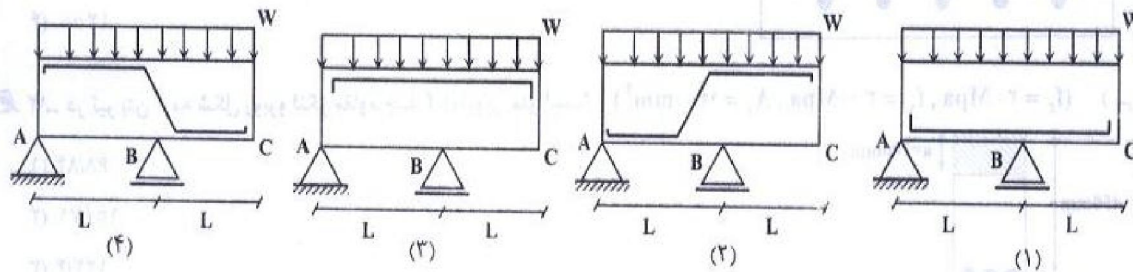
کنترل اعضای مختلف سازه‌ای در دو حالت حدی تغییرشکل و ترک‌خوردگی، براساس مطالب مندرج در فصل چهاردهم تحت اثر ترکیبات بار حالت حدی بهره‌برداری انجام می‌شود.

در محاسبات حالت حدی بهره‌برداری، ضرایب ایمنی جزیی بارها γ_f و مقاومت ϕ_m برابر واحد در نظر گرفته می‌شود.

فصل هشتم : خمش

(سراسری ۸۹)

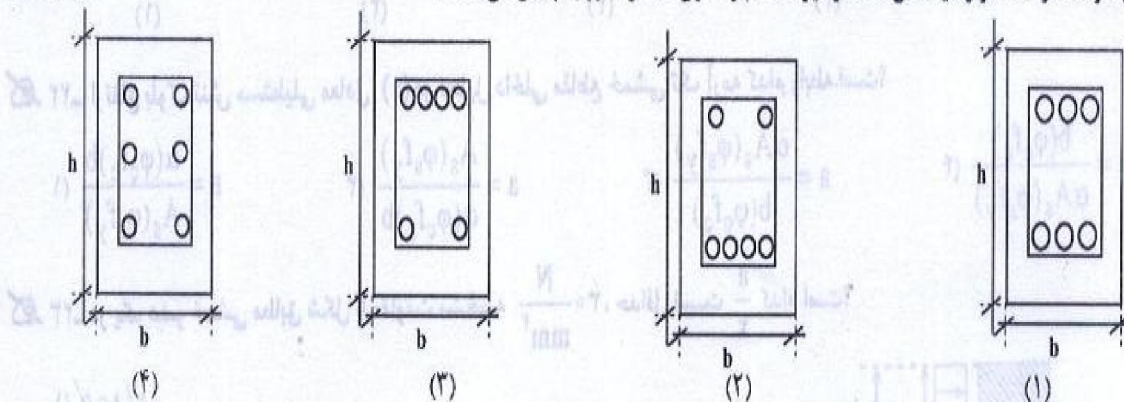
۱۹- در کدام یک از تیرها، میلگردگذاری به صورت صحیح انجام شده است؟



۱۴- کدام یک از مقاطع، برای یک تیر کنسول بتنی در محل اتصال به ستون با توجه به نحوه میلگرد گذاری نشان داده شده مناسب تر است؟ (ابعاد

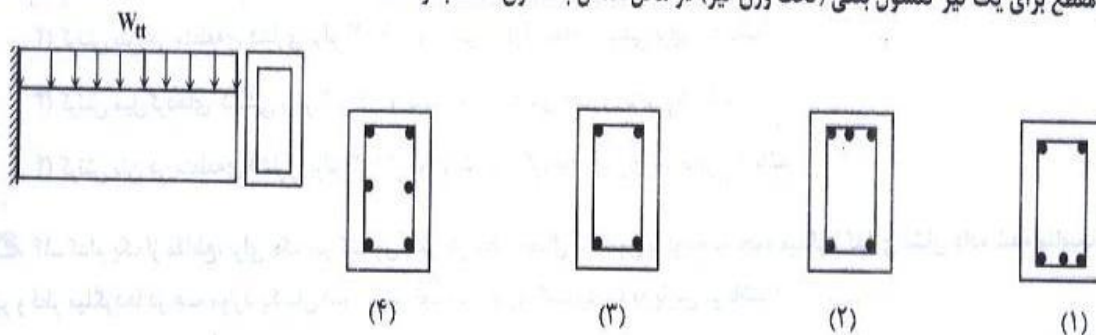
(سراسری ۸۸)

تیر و قطر میلگردها در همه موارد یکسان است و تیر تحت بارگذاری گسترده رو به پایین می باشد).



(سراسری ۸۹)

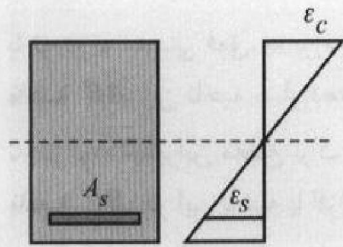
۲۱- کدام مقطع برای یک تیر کنسول بتنی (تحت وزن تیر) در محل اتصال به ستون مناسب تر است؟



۱-۲- فرضیات خمش در مقاطع بتنی

فرضیات اساسی مورد استفاده در بررسی رفتار مقاطع بتنی تحت خمش خالص به شرح زیر هستند:

(۱) اصل برنولی



مطابق این اصل، صفحات مسطح عمود بر محور طولی عضو، پس از تغییرشکل خمشی به صورت مسطح باقی می‌مانند. بنابراین مطابق این اصل، توزیع کرنش در مقطع به صورت خطی در نظر گرفته می‌شود. نمودار توزیع کرنش در یک مقطع فرضی در شکل روبرو نشان داده شده است.

(۲) توزیع تنش بر اساس کرنش

بر اساس این اصل، توزیع تنش در بتن و فولاد، متناسب با کرنش ایجاد شده در هر یک بوده و از روی نمودارهای تنش و کرنش آنها به دست می‌آید. بنابراین طبق این اصل با مشخص بودن مقدار کرنش در هر نقطه، می‌توان مقدار تنش را در آن نقطه مشخص نمود.

(۳) پیوستگی بین فولاد و بتن

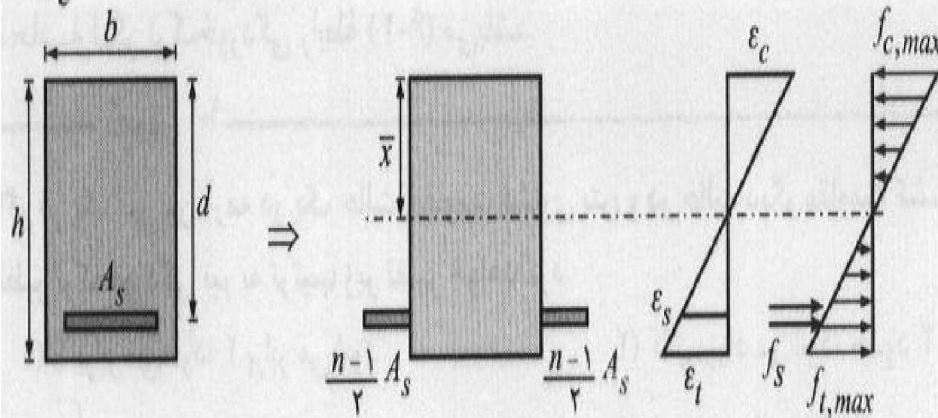
مطابق این اصل، پیوستگی کامل بین بتن و فولاد در نظر گرفته شده، به طوری که هیچ لغزشی بین آنها رخ نمی‌دهد. بنابراین با توجه به این اصل، کرنش فولاد و بتن مجاور آن یکسان در نظر گرفته می‌شود.

۲-۲- بررسی رفتار تیر در ناحیه الاستیک

در این ناحیه با توجه به خطی بودن رفتار بتن و فولاد، تحلیل مقطع با استفاده از روابط مقاومت مصالح صورت

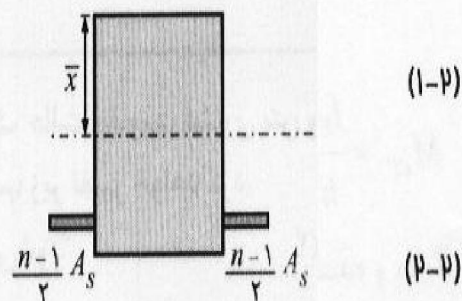
می‌گیرد. به همین منظور مقطع بتن آرمه، به مقطع تبدیل یافته زیر تبدیل می‌شود:

$$\left(\frac{E_s}{E_c} = n\right)$$



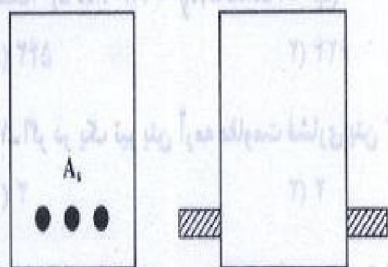
$$\bar{x} = \frac{\sum A_i x_i}{\sum A_i} = \frac{b \times h \times \frac{h}{2} + (n-1) A_s \times d}{b \times h + (n-1) A_s}$$

$$I_{tr} = \frac{1}{12} b h^3 + b h \left(\frac{h}{2} - \bar{x} \right)^2 + (n-1) A_s \times (d - \bar{x})^2$$



I_{tr} : ممان اینرسی مقطع تبدیل یافته

۱۰- برای آنالیز تیری در حالت الاستیک و ترک نخورده، مساحت قسمت هاشور خورده کدام است؟ (سراسری ۸۴)



$$n A_s \quad (۱)$$

$$3 n A_s \quad (۲)$$

$$(n-1) A_s \quad (۳)$$

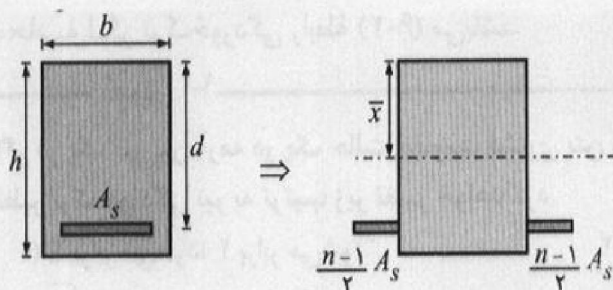
$$3(n-1) A_s \quad (۴)$$

در صورتی که لنگر خمشی وارد بر مقطع برابر M باشد، تنش ایجاد شده در فولاد و بتن برابر است با:

$$f_{c, max} = \frac{M \bar{x}}{I_{tr}} < \frac{1}{2} f_c \quad (۳-۲)$$

$$f_{t, max} = \frac{M (h - \bar{x})}{I_{tr}} \leq f_r \quad (۴-۲)$$

$$f_s = n \frac{M (d - \bar{x})}{I_{tr}} < f_y \quad (۵-۲)$$



$f_{c, max}$: تنش فشاری ایجاد شده در دورترین تار فشاری بتن

$f_{t, max}$: تنش کششی ایجاد شده در دورترین تار کششی بتن

f_s : تنش کششی ایجاد شده در میلگردها

f_r : تنش گسیختگی بتن

$$f_r = 0.16 \sqrt{f_c}$$

$$M_{cr} = \frac{f_r I_{tr}}{h - \bar{x}}$$

لنگر ترک خوردگی مقطع با توجه به رابطه (۴-۲) برابر است با: (۴-۲)

(سراسری ۸۸)

۱۷- اگر در یک تیر بتن آرمه مقاومت فشاری بتن ۲ برابر شود، لنگر ترک خوردگی تیر برابر می‌شود.

$\sqrt{2}$ (۴)

$\sqrt{3}$ (۳)

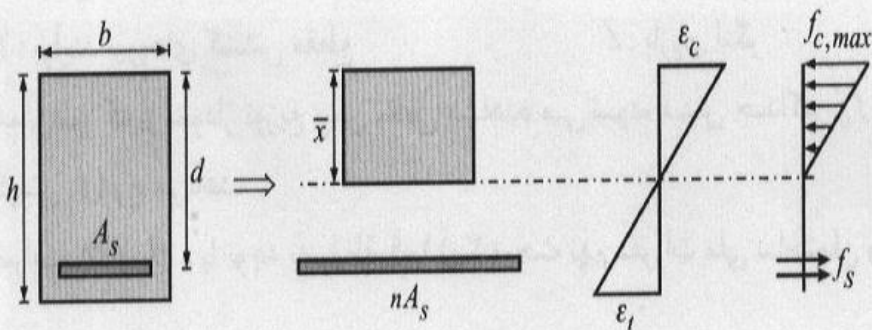
۲ (۲)

۳ (۱)

۲-۳- بررسی رفتار تیر در ناحیه الاستوپلاستیک

در این حالت با ترک خوردن بتن در ناحیه کششی، از ظرفیت آن صرف‌نظر می‌شود. همچنین رفتار بتن در ناحیه فشاری و فولاد در ناحیه کششی خطی بوده و می‌توان تحلیل مقطع را با استفاده از روابط مقاومت مصالح انجام داد. در این صورت مقطع تبدیل یافته به‌صورت زیر می‌باشد:

$$\left(n = \frac{E_s}{E_c}\right)$$



$$\sum Q_{N.A.} = 0 \Rightarrow b\bar{x} \left(\frac{\bar{x}}{2}\right) = nA_s(d - \bar{x})$$

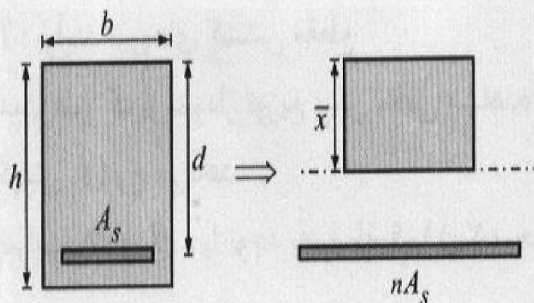
(۷-۷)

$Q_{N.A.}$: لنگر اول سطح حول محور خنثی

ارتفاع محور خنثی $(\bar{x})$ ، با حل معادله فوق محاسبه می‌گردد. مقدار ممان اینرسی مقطع تبدیل یافته در این حالت برابر است با:

$$I_{tr} = \frac{1}{3}b\bar{x}^3 + nA_s(d - \bar{x})^2$$

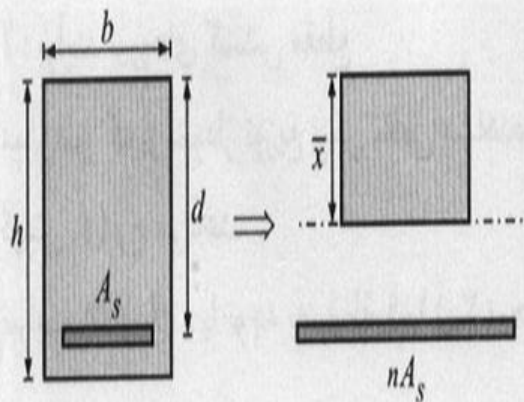
(۸-۷)



تنش‌های ایجاد شده در فولاد و بتن به صورت زیر به دست می‌آیند:

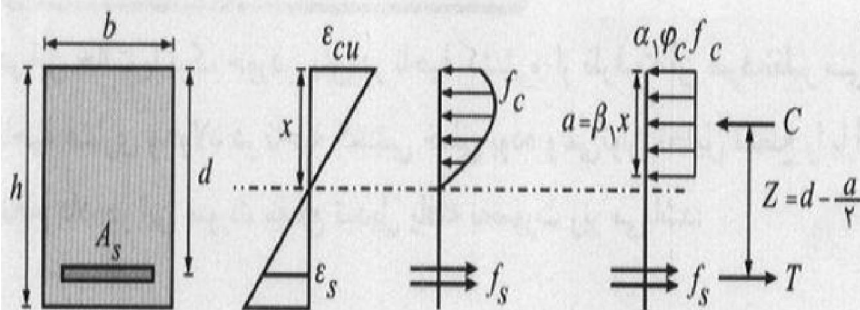
$$f_{c, max} = \frac{M \bar{x}}{I_{tr}} < \frac{1}{\gamma} f_c \quad (9-۲)$$

$$f_s = n \frac{M(d - \bar{x})}{I_{tr}} < f_y \quad (10-۲)$$



۴-۲- بررسی رفتار تیر در ناحیه پلاستیک

در این محدوده، رفتار بتن در ناحیه فشاری غیر خطی بوده و تنش‌های ایجاد شده در آن با کرنش متناسب نمی‌باشد. به همین علت برای تحلیل مقطع در لحظه نهایی به جای نمودار واقعی، از نمودار توزیع تنش مستطیلی معادل ویتنی استفاده می‌شود. در شکل زیر، نمودار تنش واقعی بتن و نمودار تنش معادل ویتنی، نشان داده شده است.



C : برآیند نیروهای فشاری مقطع

Z : بازوی لنگر

a : ارتفاع ناحیه فشاری بلوک ویتنی

T : برآیند نیروهای کششی مقطع

ضرایب α_1 و β_1 ، با توجه به رابطه ۹-۱۱-۳ مبحث نهم مقررات ملی ساختمان ویرایش ۱۳۸۸، عبارتند از:

$$\alpha_1 = 0.185 - 0.00015 f_c \quad (11-2)$$

$$\beta_1 = 0.97 - 0.00025 f_c \quad (12-2)$$

f_c : مقاومت فشاری مشخصه بتن بر حسب مگاپاسکال

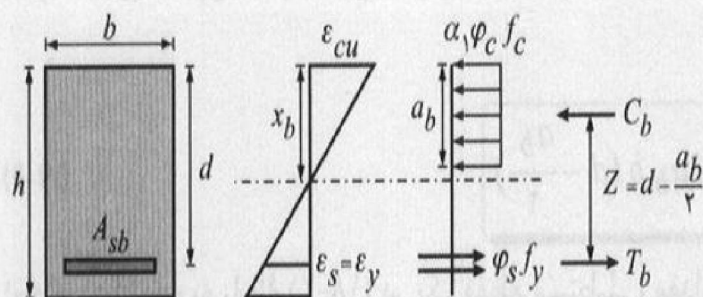
نکته ۱: مقدار کرنش حد شکست بتن (ϵ_{cu}) با توجه به بند ۹-۱۱-۳-۲ مبحث نهم مقررات ملی ساختمان ویرایش ۱۳۸۸، برابر ۰/۰۰۳۵ در نظر گرفته می‌شود.

نکته ۲: نمودار توزیع تنش مستطیلی ویتنی تنها در لحظه نهایی یعنی هنگامی که کرنش در دورترین تار فشاری بتن به کرنش ϵ_{cu} رسیده است، به کار می‌رود.

۵-۲- وضعیت متعادل (بالانس، متوازن) در مقطع مستطیلی

برای تعیین وضعیت شکست مقطع، باید کم فولاد و یا پر فولاد بودن مقطع مشخص گردد. برای این منظور از مقایسه مقدار فولاد موجود مقطع، با فولاد مقطع در حالت بالانس (A_{sb}) استفاده می‌شود.

در حالت بالانس، کرنش در پایین‌ترین ردیف میلگردهای کششی، به کرنش حد جاری شدن می‌رسد ($\epsilon_s = \epsilon_y$) و به‌طور همزمان کرنش دورترین تار فشاری بتن به کرنش حد گسیختگی (ϵ_{cu}) می‌رسد. با استفاده از این مفهوم، برای تحلیل مقطع می‌توان به‌صورت زیر عمل نمود:

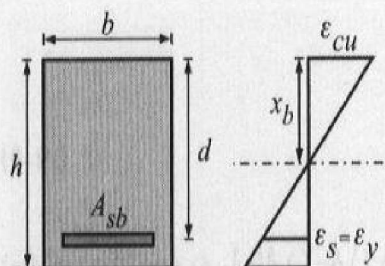


با توجه به خطی بودن نمودار کرنش‌ها، ارتفاع محور خنثی در این حالت برابر است با:

$$x_b = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_y} d \quad (13-2)$$

در صورتی که $E_s = 2 \times 10^5 \text{ MPa}$ در نظر گرفته شود، با ضرب آن در رابطه فوق، به صورت ساده‌تر داریم:
(ε_{cu} برابر 0.0035 در نظر گرفته شده است).

$$x_b = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_y} d = \frac{E_s \varepsilon_{cu}}{E_s \varepsilon_{cu} + \underbrace{E_s \varepsilon_y}_{f_y}} d$$



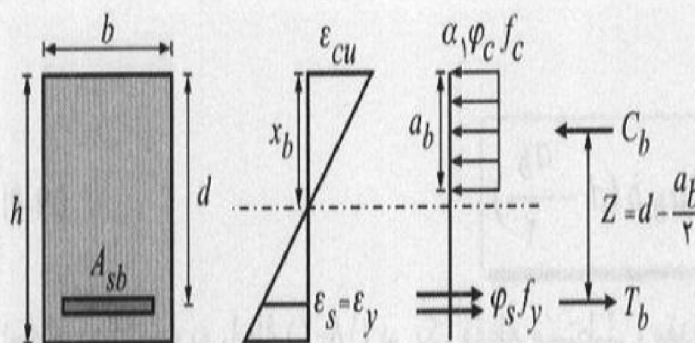
$$x_b = \frac{\gamma_{00}}{\gamma_{00} + f_y} d \quad (14-2)$$

نکته: همان‌طور که از رابطه فوق مشخص است، ارتفاع محور خنثی با توجه به نمودار کرنش‌ها به دست آمده و از شکل مقطع، مستقل است.

مقدار فولاد متوازن، با استفاده از معادلات تعادل مقطع به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{cases} C_b = \alpha_1 \varphi_c f_c a_b b \\ T_b = \varphi_s A_{sb} f_y \end{cases} \quad \sum F = 0 \Rightarrow C_b = T_b$$

$$A_{sb} = \frac{\alpha_1 \varphi_c f_c a_b b}{\varphi_s f_y} \quad (15-2)$$



$$A_{sb} = \alpha_1 \beta_1 \frac{\varphi_c}{\varphi_s} \frac{f_c}{f_y} \frac{\gamma_{00}}{\gamma_{00} + f_y} b d \quad (16-2)$$

با توجه به رابطه (۲-۱۶)، درصد فولاد متوازن مقطع (ρ_b) برابر است با:

$$\rho_b = \frac{A_{sb}}{bd} \quad (۱۷-۲)$$

$$\rho_b = \alpha_1 \beta_1 \frac{\varphi_c}{\varphi_s} \frac{f_c}{f_y} \frac{700}{700 + f_y} \quad (۱۸-۲)$$

تذکره: در این رابطه f_c و f_y بر حسب مگاپاسکال می‌باشند.

با توجه به روابط فوق، لنگر خمشی قابل تحمل مقطع مستطیلی در حالت بالانس برابر است با:

$$M_{rb} = T_b \times Z = C_b \times Z$$

$$M_{rb} = \varphi_s A_{sb} f_y \left(d - \frac{a_b}{2} \right) = \alpha_1 \varphi_c f_c a_b b \left(d - \frac{a_b}{2} \right) \quad (۱۹-۲)$$

نکته ۱، با توجه به رابطه (۲-۱۸) در یک مقطع مستطیلی، مقدار ρ_b از ابعاد مقطع مستقل بوده و تنها تابع مشخصات مصالح مصرفی می‌باشد.

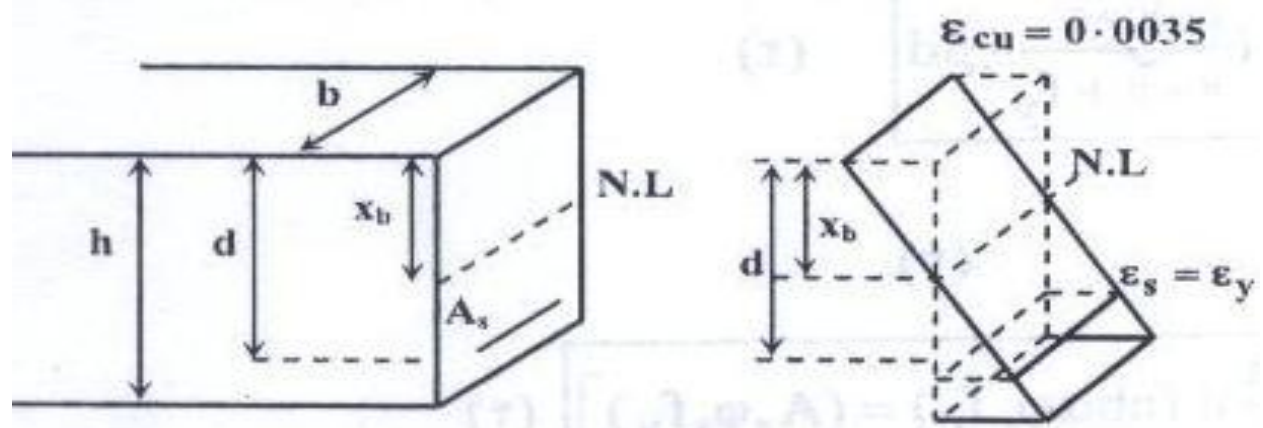
نکته ۲، در صورتی که فولاد کششی موجود در مقطع، کمتر از فولاد متوازن (حالت بالانس) باشد ($A_s < A_{sb}$) یا ($\rho < \rho_b$)، مقطع کم فولاد (تحت مسلح) بوده و در لحظه نهایی، شکست آن به صورت شکل پذیر (نرم) می‌باشد و در صورتی که فولاد کششی موجود در مقطع، بیشتر از فولاد بالانس باشد ($A_s > A_{sb}$) یا ($\rho > \rho_b$)، مقطع پر فولاد (فوق مسلح) بوده و در لحظه نهایی، شکست آن به صورت ناگهانی و ترد رخ می‌دهد. همچنین برای تعیین وضعیت مقطع می‌توان از مقایسه a با a_b نیز استفاده نمود. در این صورت می‌توان نسبت $\frac{a_b}{d}$ را

$$a_b = \beta_1 \frac{700}{700 + f_y} d$$

به صورت مقابل تعریف نمود:

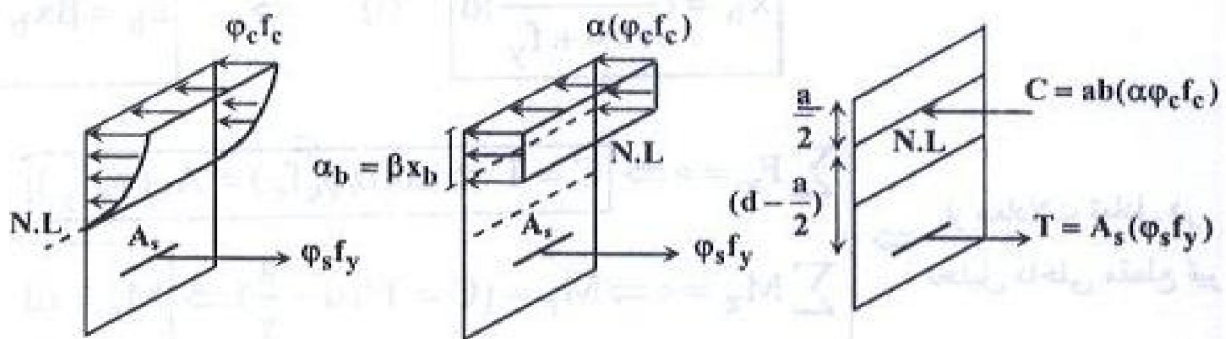
$$\frac{a_b}{d} = \frac{700 \beta_1}{700 + f_y} \quad (۲۰-۲)$$

در این حالت چنانچه $\frac{a}{d} < \frac{a_b}{d}$ باشد، مقطع کم فولاد و در صورتی که $\frac{a}{d} > \frac{a_b}{d}$ باشد، مقطع پر فولاد می‌باشد.



مقطع بالانس با مشخصات هندسی و
مصلحی مجهول

توزیع کرنش در حالت
حدی در مقاطع بالانس



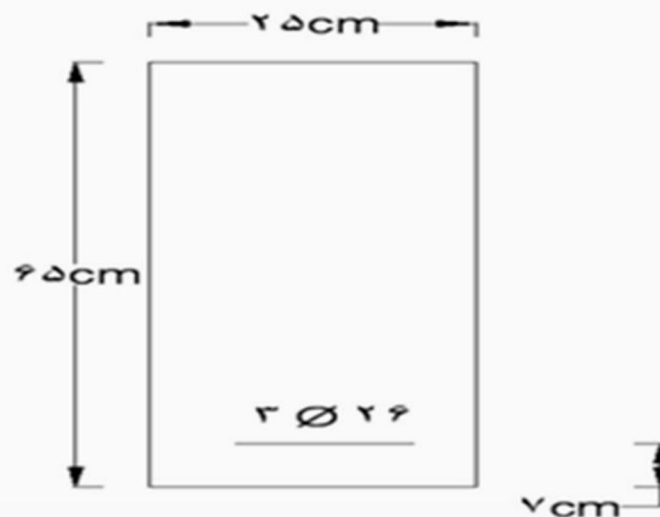
توزیع واقعی تنش
در حالت حدی در مقطع بالانس

توزیع اصلاح شده تنش
در حالت حدی در مقطع بالانس

دیagram نیرویی
مقطع بالانس در حالت حدی

- در تیر بتنی با مقطع زیر، لنگر خمشی ۶۰ KN.m

وارد می شود. با توجه به اطلاعات داده شده، تنش های حداکثر به وجود آمده در بتن و فولاد را محاسبه کنید. لنگر خمشی که باعث ترک خوردن مقطع می شود چقدر است؟
 $f_c = 25 \text{ MPa}$ $F_y = 400 \text{ MPa}$



۶-۲- مقاطع کم فولاد

در این مقاطع قبل از اینکه کرنش بتن به کرنش حد شکست (ϵ_{cu}) برسد، فولادهای کششی جاری می شوند. بنابراین در لحظه نهایی $\epsilon_s > \epsilon_y$ می باشد.

لازم به ذکر است در این حالت برای محاسبه ارتفاع محور خنثی (x)، به دلیل مشخص نبودن مقدار ϵ_s (فقط می دانیم $\epsilon_s > \epsilon_y$ است)، نمی توان از نمودار کرنش ها استفاده نمود. بنابراین مقدار a و x ، با استفاده از رابطه تعادل مقطع به صورت زیر محاسبه می شوند:

$$T = C \Rightarrow \phi_s A_s f_y = \alpha_1 \phi_c f_c a b$$

$$a = \frac{\phi_s A_s f_y}{\alpha_1 \phi_c f_c b} \quad (۲۱-۲)$$

$$x = \frac{a}{\beta_1} \quad (۲۲-۲)$$

لنگر خمشی قابل تحمل مقطع در این حالت برابر است با:

$$M_r = \phi_s A_s f_y \left(d - \frac{a}{2}\right) \quad (۲۳-۲)$$

همچنین با جایگذاری مقدار a در رابطه فوق، می‌توان لنگر خمشی را به صورت زیر نیز محاسبه نمود:

$$M_r = \rho \phi_s f_y b d^2 \left(1 - 0.15 \frac{\rho \phi_s f_y}{\alpha_1 \phi_c f_c}\right) \quad (۲۴-۲)$$

به تیری با مقطع مربع مستطیل به عرض ۴۰ سانتی‌متر و ارتفاع نامعلوم، در حالت حدی نهایی، لنگر خمشی $M_u = 18 \text{ ton-m}$ وارد می‌شود. ارتفاع تیر باید چه اندازه باشد تا میزان نسبت میلگرد کششی از حدود $\rho_b = 0.15$ تجاوز نکند؟ $f_y = 4000 \text{ kg/cm}^2$ ، $f_c = 200 \text{ kg/cm}^2$ (پایه ۳-۸۲)

هله: مقدار ρ_b با استفاده از رابطه (۲-۱۸) برابر است با:

$$\rho_b = \alpha_1 \beta_1 \frac{\phi_c f_c}{\phi_s f_y} \frac{700}{700 + f_y}$$

مقدار α_1 و β_1 مطابق روابط (۲-۱۱) و (۲-۱۲)، عبارتند از:

$$\alpha_1 = 0.185 - 0.00015 f_c = 0.185 - 0.00015 \times 20 = 0.182$$

$$\beta_1 = 0.97 - 0.00025 f_c = 0.97 - 0.00025 \times 20 = 0.92$$

$$\rho_b = 0.182 \times 0.92 \times \frac{0.165}{0.185} \times \frac{20}{400} \times \frac{700}{700 + 400} = 0.018$$

$$0.15 \rho_b = 0.009$$

با توجه به اینکه درصد میلگرد مقطع $(\rho_b 0.15)$ ، از ρ_b کمتر می‌باشد، لذا مقطع کم فولاد بوده، بنابراین با استفاده از رابطه (۲-۲۴) داریم:

$$M_r = \rho \phi_s f_y b d^2 \left(1 - 0.15 \frac{\rho \phi_s f_y}{\alpha_1 \phi_c f_c}\right)$$

$$M_r = M_u = 18 \text{ ton.m} = 18 \times 10^6 \text{ N.mm}$$

$$18 \times 10^6 = 0.1009 \times 0.185 \times 400 \times 400 \times d^2 \left(1 - 0.15 \frac{0.1009 \times 0.185 \times 400}{0.182 \times 0.165 \times 20}\right) \Rightarrow d = 414 \text{ mm}$$

$$h = d + \text{cover}$$

ضخامت پوشش بتن روی میلگرد، با استفاده از جدول ۹-۶-۵ در مبحث نهم مقررات ملی ساختمان ویرایش ۱۳۸۸، با فرض شرایط محیطی متوسط، برابر ۴۵ میلی‌متر به دست می‌آید. بنابراین ارتفاع تیر برابر است با:

$$h = 414 + 45 = 459 \text{ mm} \approx 500 \text{ mm}$$

تذکره: اعداد به کار رفته در روابط فوق، همگی بر حسب نیوتن و میلی‌متر نوشته شده‌اند.

جدول ۹-۶-۵ مقادیر حداقل ضخامت پوشش بتن روی میلگردها (میلی‌متر)*

نوع شرایط محیطی					نوع قطعه
فوق‌العاده شدید	بسیار شدید	شدید	متوسط	ملايم	
۷۵	۶۵	۵۰	۴۵	۳۵	تیرها و ستونها
۶۰	۵۰	۳۵	۳۰	۲۰	دال‌ها، دیوارها و تیرچه‌ها
۵۵	۴۵	۳۰	۲۵	۲۰	پوسته‌ها و صفحات پلیسه‌ای
۹۰	۷۵	۶۰	۵۰	۴۰	شالوده‌ها

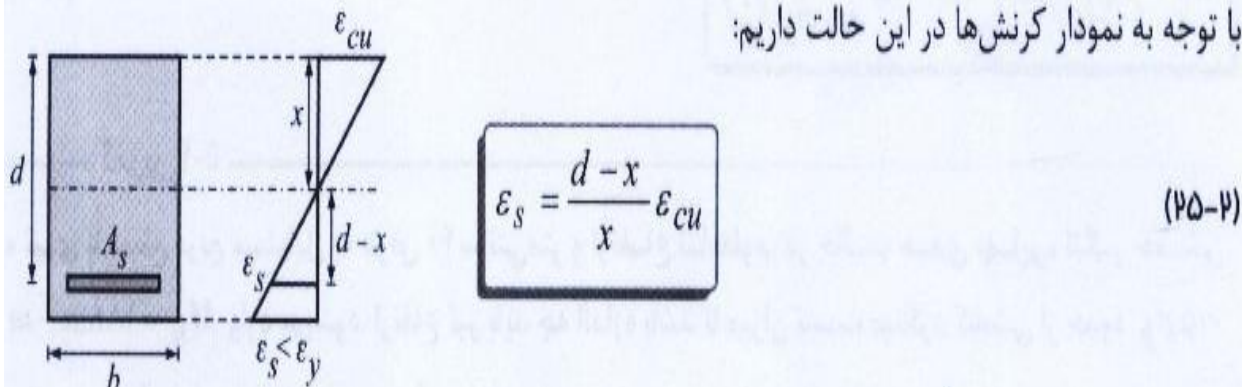
* مقادیر داده شده در جدول را می‌توان به استثنای شرایط محیطی بسیار شدید و فوق‌العاده شدید به اندازه ۵ میلی‌متر برای بتن‌های رده C۲۵ و C۴۰ یا ۱۰ میلی‌متر برای بتن‌های رده بالاتر کاهش داد، مشروط بر آن که ضخامت پوشش به هر حال از ۲۰ میلی‌متر کمتر نشود.
این مقادیر را باید برای میلگردهای با قطر بیشتر از ۲۶ میلی‌متر به اندازه ۱۰ میلی‌متر افزایش داد.

در این حالت، فولادهای کششی مقطع به حد جاری شدن نرسیده و $\epsilon_s < \epsilon_y$ می‌باشد. بنابراین برای محاسبه

$$a = \frac{\varphi_s A_s f_s}{\alpha_1 \varphi_c f_c b}$$

ارتفاع بلوک فشاری (a)، با استفاده از معادلات تعادل داریم:

با توجه به جاری نشدن فولادهای کششی، مقدار f_s متناظر با مقدار کرنش فولادها بوده و برابر $E_s \epsilon_s$ می‌باشد. با توجه به نمودار کرنش‌ها در این حالت داریم:



در صورتی که مقدار $E_s = 2 \times 10^5 \text{ MPa}$ و $\epsilon_{cu} = 0.0035$ در نظر گرفته شود، داریم:

$$f_s = E_s \epsilon_s = 700 \frac{d-x}{x}$$

(۲۶-۷)

با توجه به رابطه فوق و رابطه تعادل مقطع، به معادله درجه دوم زیر برای محاسبه a می‌رسیم:

$$a^2 + 700 \frac{\varphi_s A_s}{\alpha_1 \varphi_c f_c b} a - 700 \beta_1 \frac{\varphi_s A_s}{\alpha_1 \varphi_c f_c b} d = 0$$

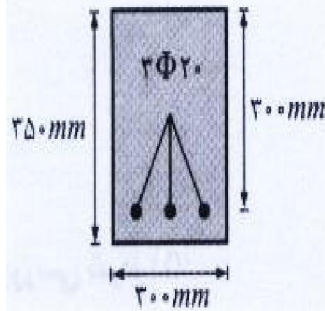
(۲۷-۷)

با محاسبه a ، مقدار لنگر خمشی قابل تحمل مقطع در این حالت برابر است با:

$$M_r = \varphi_s A_s f_s \left(d - \frac{a}{2} \right) = \alpha_1 \varphi_c f_c a b \left(d - \frac{a}{2} \right)$$

(۲۸-۷)

مقطع تیری مطابق شکل زیر می باشد. رفتار خمشی تیر چگونه است؟ ($f_c = 25 MPa$, $f_y = 400 MPa$)



(پایه ۳ - شهریار ۹۱)

(۱) پر فولاد

(۲) کم فولاد

(۳) غیر مسلح

(۴) متعادل

مساحت آرماتور متوازن مقطع با فرض $\epsilon_{cu} = 0.0035$ ، با استفاده از رابطه (۲-۱۶) درنامه، به صورت زیر محاسبه می شود:

$$A_{sb} = \alpha_1 \beta_1 \frac{\varphi_c}{\varphi_s} \cdot \frac{f_c}{f_y} \cdot \frac{700}{700 + f_y} b d$$

$$\begin{cases} \alpha_1 = 0.185 - 0.0015 f_c \\ \beta_1 = 0.97 - 0.0025 f_c \end{cases}$$

$$\begin{cases} \alpha_1 = 0.185 - 0.0015 \times 25 = 0.181 \\ \beta_1 = 0.97 - 0.0025 \times 25 = 0.91 \end{cases}$$

$$A_{sb} = 0.181 \times 0.91 \times \frac{0.65}{0.185} \times \frac{25}{400} \times \frac{700}{700 + 400} \times 300 \times 300 = 2018 \text{ mm}^2$$

$$A_{s \text{ موجود}} = 3 \times \frac{\pi}{4} \times 32^2 = 2412 \text{ mm}^2 > A_{sb} = 2018 \text{ mm}^2$$

بنابراین مقطع مورد نظر فوق مسلح (پرفولاد) می باشد.

بنابراین گزینه (۱) صحیح است.

۸-۲- محدودیت میلگردها در قطعات خمشی

۸-۲-۱- حداکثر مقدار میلگرد کششی

بیشترین مقدار میلگرد کششی باید به گونه ای تعیین شود که روابط زیر برقرار باشند:

$$\rho \leq 0.025$$

(۳۰-۲)

$$\frac{x}{d} \leq \frac{700}{700 + f_y}$$

(۲۹-۲)

نکته: رابطه (۲-۲۹) برای اطمینان از نرم بودن شکست مقطع (کم فولاد بودن مقطع)، به کار می رود

حداکثر مقدار آرماتور کششی تیری به ابعاد مقطع $b = 35\text{ cm}$ و $d = 30\text{ cm}$ (مقطع بدون آرماتور فشاری) به کدام گزینه زیر نزدیک تر است؟ ($f_y = 400\text{ MPa}$ و $f_c = 22/5\text{ MPa}$) (پایه ۳ - ۹۰)

(۱) ۱۶/۱ سانتیمتر مربع (۲) ۱۹/۸ سانتیمتر مربع (۳) ۲۱/۴ سانتیمتر مربع (۴) ۲۶/۳ سانتیمتر مربع

هله

$$۱) \frac{x}{d} \leq \frac{700}{700 + f_y}$$

$$۲) \rho \leq 0.025$$

بررسی شرط (۱):

$$\frac{x}{30} \leq \frac{700}{700 + 400} \Rightarrow x \leq 19.09\text{ cm}$$

$$a = \beta_1 x$$

$$\beta_1 = 0.97 - 0.0025 f_c = 0.97 - 0.0025 \times 22/5 = 0.91$$

رابطه (۱۲-۲) درسنامه

$$a_{max} = 0.91 \times 19.09 = 17.37\text{ cm}$$

$$\phi_s A_s f_y = \alpha_1 \phi_c f_c a b \Rightarrow A_{s_{max_1}} = \frac{\alpha_1 \phi_c f_c a_{max} b}{\phi_s f_y}$$

$$\alpha_1 = 0.85 - 0.0015 f_c = 0.85 - 0.0015 \times 22/5 = 0.82$$

رابطه (۱۱-۲) درسنامه

$$A_{s_{max_1}} = \frac{0.82 \times 0.65 \times 22/5 \times 17.37 \times 35}{0.85 \times 400} = 21.44\text{ cm}^2$$

بررسی شرط (۲):

$$\rho_{max} = 0.025 \Rightarrow A_{s_{max_2}} = \rho_{max} b d$$

$$A_{s_{max_2}} = 0.025 \times 35 \times 30 = 26.25\text{ cm}^2$$

$$A_{s_{max}} = \min(A_{s_{max_1}}, A_{s_{max_2}})$$

$$A_{s_{max}} = 21.44\text{ cm}^2$$

بنابراین گزینه (۳) صحیح است.

۲-۸-۲- حداقل مقدار میلگرد کششی

حداقل مقدار میلگرد کششی در قطعات خمشی برابر است با:

$$\rho_{min} = \max \left\{ \frac{1/4}{f_y}, \frac{0/25 \sqrt{f_c}}{f_y} \right\} \quad (۳۱-۲)$$

تذکره: در رابطه فوق، f_c و f_y بر حسب مگاپاسکال (MPa) می‌باشند.

$$A_{smin} = \rho_{min} b d \quad (۳۲-۲)$$

نکته: در صورتی که مقدار فولاد کششی محاسبه شده، از مقدار حاصل از رابطه (۳۲-۲) کمتر باشد، در صورت قرار دادن ۱/۳۳ برابر مقدار فولاد کششی محاسبه شده در مقطع، لزومی به رعایت ضابطه حداقل فولاد کششی نمی‌باشد. رعایت این ضابطه در پی‌های نواری و دال‌ها، باعث صرفه‌جویی در مصرف میلگرد می‌شود.

در یک تیر خمشی بتن آرمه با ابعاد $b = 320 \text{ mm}$ ، $h = 550 \text{ mm}$ ، $d = 500 \text{ mm}$ مقدار فولاد حداقل خمشی چقدر است؟ ($f_c = 35 \text{ MPa}$ ، $f_y = 380 \text{ MPa}$) (پایه ۳ - ۸۷)

هله: مقدار حداقل فولاد خمشی با توجه به روابط (۳۱-۲) و (۳۲-۲)، برابر است با:

$$\rho_{min} = \max \left\{ \frac{1/4}{f_y}, \frac{0/25 \sqrt{f_c}}{f_y} \right\}$$

$$A_{smin} = \rho_{min} b d$$

$$\rho_{min} = \max \left\{ \frac{1/4}{380}, \frac{0/25 \sqrt{35}}{380} \right\} = \max \{ 0/0037, 0/0039 \} = 0/0039$$

$$A_{smin} = 0/0039 \times 320 \times 500 = 624 \text{ mm}^2$$

۱۶- در یک تیر بتن آرمه با مقطع مستطیلی با ابعاد $b = 320 \text{ mm}$ ، $h = 550 \text{ mm}$ ، $d = 500 \text{ mm}$ ، مقدار فولاد حداقل خمشی بر حسب mm^2

(سراسری ۸۸)

چقدر است؟ ($f_c = 35 \text{ MPa}$ ، $f_y = 380 \text{ MPa}$)

۶۴۲ (۴)

۵۲۴ (۳)

۶۲۴ (۲)

۵۴۲ (۱)

- ۱) فاصله آزاد بین هر دو میلگرد موازی واقع در یک سفره، نباید از هیچ‌یک از مقادیر زیر کمتر باشد:
 الف) قطر میلگرد بزرگتر (ب) ۲۵ میلی‌متر (پ) $1/33$ برابر قطر اسمی بزرگترین سنگدانه بتن
- ۲) فاصله محور تا محور میلگردهای طولی از یکدیگر، نباید بیشتر از ۲۰۰ میلی‌متر باشد.
- ۳) در صورتی که میلگردهای موازی در چند سفره قرار بگیرند، فاصله آزاد بین هر دو سفره، نباید نه از ۲۵ میلی‌متر و نه از قطر بزرگترین میلگرد، کمتر باشد.

فصل نهم : برش

۱-۳- بررسی اثر برش در اعضای بتن آرمه

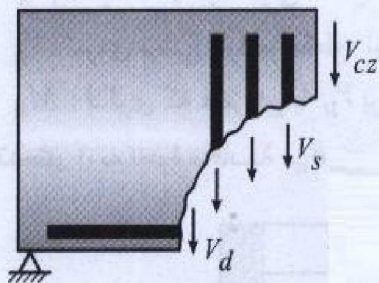
۱-۱-۳- ظرفیت برشی تیر بتن آرمه

تیرها علاوه بر لنگر خمشی، تحت برش نیز قرار می گیرند. بنابراین طراحی مقاطع باید به گونه ای انجام شود که توانایی تحمل برش وارده را نیز داشته باشند. با توجه به این که گسیختگی برشی در تیرها به صورت ناگهانی و بدون هشدار قبلی رخ می دهد، از این رو طراحی تیرها به صورتی انجام می شود که گسیختگی تیرها تحت خمش اتفاق بیافتد. زیرا همان طور که در فصل قبل شرح داده شد، مقاطع کم فولاد تحت خمش، شکست شکل پذیر و با هشدار قبلی دارند. مقاومت برشی مقاطع بتن آرمه ناشی از دو عامل زیر می باشد:

(۱) مقاومت برشی بتن، V_c

(۲) مقاومت برشی میلگردهای عرضی (خاموت ها)، V_s

شکل مقابل مربوط به یک تیر تحت برش می باشد. همان طور که مشاهده می شود، اجزای مختلف تیر بتن آرمه در تحمل برش نقش دارند.



نکته: قبل از وقوع ترک در مقطع، میلگردهای برشی نقشی در تحمل برش ندارند و تنها عامل مقاومت برشی مقطع، مقاومت ناشی از بتن می باشد.

در حالت حدی نهایی، نیروی برشی مقاوم مقطع از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$V_r = V_c + V_s$$

(۱-۳)

در صورتی که نیروهای برشی به دست آمده از تحلیل سازه تحت اثر بارهای نهایی برابر V_u باشد، کنترل حالت حدی نهایی بر اساس رابطه زیر صورت می گیرد:

$$V_u \leq V_r$$

(۳-۳)

نکته: حداکثر مقدار V_r ، به $\phi_c f_c b_w d$ محدود می شود.

در مبحث نهم مقررات ملی ساختمان ویرایش ۱۳۸۸، مقاومت برشی بتن در اعضای مختلف، به صورت روابط تقریبی و دقیق آورده شده است، که در ادامه شرح داده می‌شوند.
مقاومت برشی اعضای که تحت اثر برش و خمش قرار دارند:

$$V_c = 0.12 \phi_c \sqrt{f_c} b_w d \quad (۳-۱۴) \text{ (رابطه تقریبی)}$$

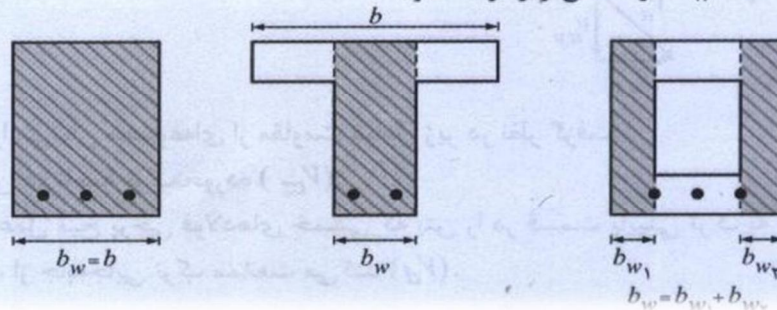
ϕ_c : ضریب ایمنی جزئی مقاومت بتن ($\phi_c = 0.65$)

f_c : مقاومت فشاری مشخصه نمونه استاندارد بتن، مگاپاسکال

b_w : عرض بزرگترین مستطیل مقطع که در تمام ارتفاع مقطع حضور دارد، میلی‌متر

d : عمق مؤثر مقطع، میلی‌متر

تذکره ۱: به نحوه محاسبه b_w در مقاطع زیر توجه شود:



مقاومت برشی اعضای که تحت اثر برش، خمش و فشار محوری قرار دارند:

$$V_c = 0.12 \phi_c \sqrt{f_c} \left(1 + \frac{N_u}{12 A_g}\right) b_w d \quad (۳-۱۵) \text{ (رابطه تقریبی)}$$

N_u : نیروی محوری فشاری وارد بر مقطع، نیوتن

A_g : مساحت کل مقطع، میلی‌متر مربع

مقاومت برشی اعضای که تحت اثر برش، خمش و کشش محوری قرار دارند:

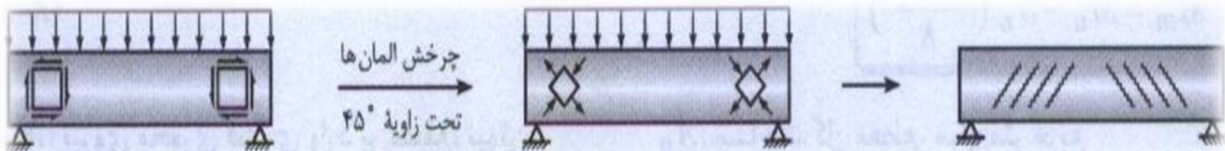
$$V_c = 0.12 \phi_c \sqrt{f_c} \left(1 + \frac{N_u}{3 A_g}\right) b_w d \geq 0 \quad (۳-۱۶)$$

تذکره: در رابطه فوق، N_u ، نیروی محوری کششی بوده و با علامت منفی به کار می‌رود.

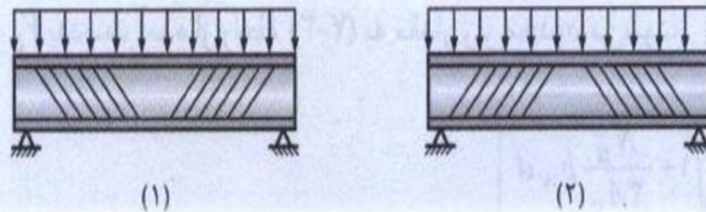
میلگردهای برشی به شکل‌های مختلف در مقطع به کار می‌روند، از جمله رایج‌ترین آنها عبارتند از:

- (۱) خاموت‌های عمود بر محور عضو (خاموت قائم).
- (۲) خاموت‌هایی با زاویه ۴۵ درجه یا بیشتر نسبت به میلگردهای کششی طولی به نحوی که ترک‌های احتمالی قطری را قطع کنند (خاموت مایل).
- (۳) میلگردهای طولی خم شده به قطر حداکثر ۳۶ میلی‌متر و با زاویه ۳۰ درجه یا بیشتر نسبت به میلگردهای کششی طولی، به نحوی که ترک‌های قطری احتمالی را قطع کنند.
- (۴) ترکیبی از خاموت‌های قائم یا مایل با میلگردهای طولی خم شده.
- (۵) میلگردهای طولی توزیع شده در ارتفاع تیرهای عمیق (تیرهایی که نسبت ارتفاع مقطع به دهانه آزاد آنها بزرگتر از $\frac{1}{4}$ می‌باشد، تیر عمیق نامیده می‌شوند).
- (۶) دور پیچ‌ها

نکته: همان‌طور که گفته شد، با پیدایش اولیه ترک‌ها در مقطع، بخش عمده نیروی برشی به میلگردهای برشی انتقال می‌یابد. بیشترین استفاده از ظرفیت برشی میلگردها هنگامی رخ می‌دهد که میلگردهای برشی عمود بر راستای ترک‌های ایجاد شده در طول عضو به کار روند و در صورتی که این میلگردها در راستای ترک‌ها به کار روند، عملاً از ظرفیت برشی آنها استفاده‌ای نشده و میلگردها قادر به تحمل نیروهای برشی نیستند.



بنابراین آرایش میلگردها در تیر (۱) مناسب بوده ولی در تیر (۲) عملاً از ظرفیت برشی میلگردها استفاده نمی‌شود.



۱-۳-۱-۳- مقاومت برشی خاموت‌های قائم

مقاومت برشی خاموت‌های قائم مطابق رابطه زیر به دست می‌آید:

$$V_s = \phi_s A_{sv} f_{yv} \frac{d}{S} \quad (11-3)$$

ϕ_s : ضریب جزئی ایمنی فولاد ($\phi_s = 0.85$)

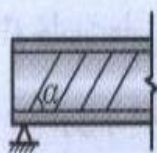
A_{sv} : سطح مقطع شاخه‌های قائم خاموت

f_{yv} : مقاومت مشخصه فولادهای عرضی که نباید بیشتر از 400 MPa در نظر گرفته شود.

S : فاصله افقی بین خاموت‌ها

V_s : نیروی برشی مقاوم نهایی خاموت‌ها

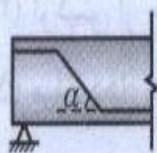
۲-۳-۱-۳- مقاومت برشی خاموت‌های مایل



$$V_s = \phi_s A_{sv} f_{yv} (\sin \alpha + \cos \alpha) \frac{d}{S} \quad (12-3)$$

α : زاویه بین خاموت‌های مایل و محور طولی عضو

۳-۳-۱-۳- مقاومت برشی میلگردهای طولی خم شده



$$V_s = \phi_s A_{sv} f_{yv} \sin \alpha \leq 0.13 \phi_c \sqrt{f_c} b_w d \quad (13-3)$$

V_s : نیروی برشی مقاوم نهایی یک میلگرد منفرد و یا یک ردیف میلگردهای متوازی که همگی در فاصله‌ای یکسان از تکیه‌گاه خم شده‌اند، نیوتن.

در طراحی میلگردهای برشی تیرهای بتن آرمه، در صورتی که به جای خاموت‌های عمود بر محور عضو، از خاموت‌های مایل با زاویه ۴۵ درجه استفاده شود (بدون تغییر در تعداد، قطر و فاصله خاموت‌ها)، مقاومت برشی تأمین شده توسط میلگردها در حالت مایل، کدام یک از مقادیر زیر خواهد بود؟ (پایه ۳ - ۸۰)

- (۱) حدود چهل درصد بیشتر از حالت عمودی
- (۲) برابر با حالت عمودی
- (۳) حدود ۰/۷ برابر حالت عمودی
- (۴) بدون معلوم بودن قطر خاموت‌ها قابل تعیین نیست.

پاسخ: با توجه به بندهای ۱-۳-۱ و ۲-۳-۱-۳ در سنامه، داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} V_{s1} = \phi_s A_{sv} f_{yv} \frac{d}{S} \quad \text{مقاومت برشی خاموت‌های قائم} \\ V_{s2} = \phi_s A_{sv} f_{yv} (\sin \alpha + \cos \alpha) \frac{d}{S} \quad \text{مقاومت برشی خاموت‌های مایل} \end{array} \right.$$

با توجه به ثابت بودن تعداد، قطر و فاصله خاموت‌ها و مقاومت مشخصه آنها، داریم:

$$\frac{V_{s2}}{V_{s1}} = \sin \alpha + \cos \alpha, \quad \alpha = 45^\circ$$

$$\frac{V_{s2}}{V_{s1}} = 1/41$$

بنابراین مقاومت برشی میلگردها در حالت مایل، حدود چهل درصد بیشتر از حالت عمودی می‌باشد و گزینه (۱) صحیح است.

مقطعی از یک تیر بتن آرمه مفروض است. در این مقطع برای تحمل برش از تعدادی میلگرد موازی که همگی در فاصله‌ای یکسان از تکیه‌گاه خم شده‌اند، استفاده می‌شود. ارتفاع مؤثر مقطع برابر با ۶۰۰ میلی‌متر، عرض مقطع برابر با ۴۰۰ میلی‌متر، زاویه میلگردهای خم شده به بالا نسبت به افق برابر با ۴۵ درجه، مقاومت مشخصه میلگردهای خم شده به بالا برابر با ۳۴۰ MPa، مقاومت مشخصه بتن برابر با ۲۵ MPa و قطر میلگرد خم شده به بالا برابر با ۱۲ mm است. V_s و V_c به ترتیب از راست به چپ برابرند با: (پایه ۳ - ۸۷)

$$(۲) \quad ۱۳۸ \text{ kN}, ۱۴۴ \text{ kN}$$

$$(۱) \quad ۲۳ \text{ kN}, ۱۴۴ \text{ kN}$$

$$(۴) \quad ۲۱۶ \text{ kN}, ۰۱۶ \text{ kN}$$

$$(۳) \quad ۲۳ \text{ kN}, ۵۴ \text{ kN}$$

هله با توجه به رابطه‌های (۴-۳) و (۱۳-۳) و با فرض $\phi_c = 0.16$ ، داریم:

$$V_c = 0.12 \phi_c \sqrt{f_c} b_w d$$

$$V_c = 0.12 \times 0.16 \times \sqrt{25} \times 400 \times 600 = 144000 \text{ N} = 144 \text{ kN}$$

$$V_s = \phi_s A_{sv} f_{yv} \sin \alpha \leq 0.13 \phi_c \sqrt{f_c} b d$$

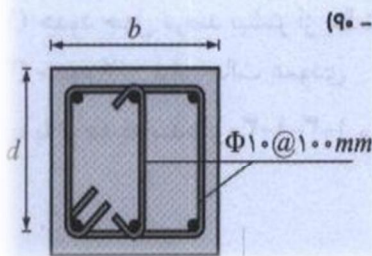
α : زاویه بین میلگردهای خم شده با محور طولی عضو

$$0.13 \phi_c \sqrt{f_c} b d = 0.13 \times 0.16 \times \sqrt{25} \times 400 \times 600 = 216000 \text{ N} = 216 \text{ kN}$$

$$V_s = 0.185 \times \frac{\pi}{4} \times 12^2 \times 340 \times \sin 45 = 23112 \approx 23 \text{ kN} < 216 \text{ kN}$$

بنابراین گزینه (۱) صحیح است.

در صورتی که $b = 25 \text{ cm}$ ، $d = 40 \text{ cm}$ و $f_c = 25 \text{ MPa}$ و $f_y = 400 \text{ MPa}$ و از آرماتورهای برشی عمود بر محور تیر مطابق شکل استفاده شده باشد، نیروی برشی مقاوم مقطع بر حسب کیلونیوتن به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟



(پایه ۳-۹۰)

(۱) ۳۸۵

(۲) ۴۰۰

(۳) ۳۵۰

(۴) ۴۲۰

هله نیروی برشی مقاوم مقطع، مطابق روابط (۱-۳)، (۴-۳) و (۱۱-۳) درسنامه، بصورت زیر محاسبه می‌شود:

$$V_r = V_c + V_s$$

$$V_c = 0.12 \phi_c \sqrt{f_c} b_w d$$

$$V_c = 0.12 \times 0.165 \times \sqrt{25} \times 250 \times 400 = 65000 \text{ N}$$

$$V_s = \phi_s A_{sv} f_{yv} \frac{d}{S}$$

$$V_s = 0.185 \times 3 \times \frac{\pi}{4} \times 10^2 \times 400 \times \frac{40}{10} = 320442/5 \text{ N}$$

$$V_r = 65000 + 320442/5 = 385442/5 \text{ N}$$

$$V_r \approx 385/4 \text{ kN}$$

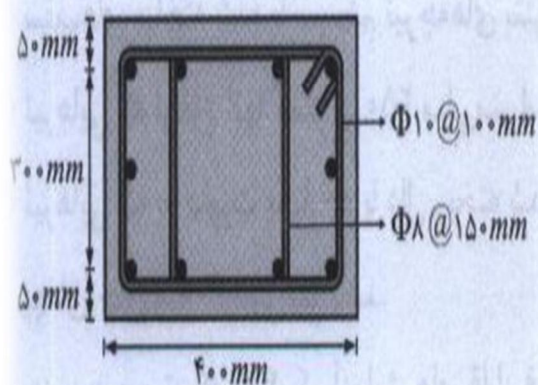
از طرفی مطابق نکته بند ۳-۱-۱، مقدار V_r نباید از $0.125 \phi_c f_c b_w d$ بیشتر باشد، بنابراین:

$$V_r \leq 0.125 \phi_c f_c b_w d = 0.125 \times 0.165 \times 25 \times 250 \times 400 = 406250 \text{ N}$$

$$V_r \leq 406 \text{ kN}$$

بنابراین گزینه (۱) صحیح است.

نیروی برشی مقاوم مقطع تیر زیر، چند kN است؟ ($f_c = 25 MPa$ ، $f_y = 300 MPa$) (پایه ۳ - شهریور ۹۱)



۱۹۲ (۱)

۲۱۱ (۲)

۲۱۹ (۳)

۲۹۱ (۴)

مطابق روابط (۱-۳)، (۴-۳) و (۱۱-۳) درسنامه، داریم: $V_c = 0.17 \phi_c \sqrt{f_c} b_w d$ ، $V_s = \frac{\phi_s A_{sv} f_y d}{S}$

$$V_r = V_c + V_s$$

$$V_r \leq 0.175 \phi_c f_c b_w d$$

$$V_c = 0.17 \times 0.165 \times \sqrt{25} \times 400 \times (300 + 50) = 91000 N$$

$$V_{s1} = \frac{0.185 \times 2 \times \frac{\pi}{4} \times 10^2 \times 300 \times 350}{100} = 140194 N$$

$$V_{s2} = \frac{0.185 \times 2 \times \frac{\pi}{4} \times 8^2 \times 300 \times 350}{150} = 59816 N$$

$$V_s = V_{s1} + V_{s2} \Rightarrow V_s = 200010 N$$

$$V_r = 91000 + 200010 = 291010 N = 291 kN$$

$$0.175 \phi_c f_c b_w d = 0.175 \times 0.165 \times 25 \times 400 \times 350 = 568750 N$$

$$V_r = 291 kN < 568.75 kN$$

بنابراین گزینه (۴) صحیح است.

۳-۴-۱-۱ حداقل میلگرد برشی

در تمام اعضای خمشی بتن‌آرمه که در آنها $V_u > \frac{V_c}{\gamma}$ باشد، باید حداقل میلگرد برشی که از رابطه زیر محاسبه

می‌شود، در مقطع به کار برده شود:

$$\frac{A_{sv \min}}{S} = 0.135 \frac{b_w}{f_{yv}}$$

(۱۵-۳)

نکته: مطابق مبحث نهم مقررات ملی ساختمان در موارد زیر می‌توان ضابطه حداقل میلگرد برشی را نادیده گرفت:

- (۱) دال‌ها و پی‌ها
- (۲) سقف‌های ساخته شده با سیستم تیرچه‌های بتنی
- (۳) تیرهایی که ارتفاع آنها کمتر از ۲۵۰ میلی‌متر است.
- (۴) تیرهایی که به صورت یکپارچه با دال ریخته شده و ارتفاع کل آنها کمتر از ۲/۵ برابر ضخامت دال، نصف پهنای جان و ۶۰۰ میلی‌متر باشد.

۳-۱-۴-۲- حداکثر فاصله خاموت‌های برشی

فاصله حداکثر خاموت‌های برشی قائم، با توجه به مقدار V_u برابر است با:

$$V_u \leq 0.125 \phi_c f_c b_w d \Rightarrow S_{max} = \frac{d}{2} \quad (16-3)$$

$$V_u > 0.125 \phi_c f_c b_w d \Rightarrow S_{max} = \frac{d}{4} \quad (17-3)$$

۳-۱-۵- طراحی میلگردهای برشی

با توجه به مقدار برش وارد بر مقطع (V_u) و مقاومت برشی بتن مقطع (V_c)، طراحی میلگردهای برشی براساس موارد زیر انجام می‌شود:

- (۱) در صورتی که $V_u < \frac{V_c}{2}$ باشد، مقاومت برشی مقطع به تنهایی جوابگو بوده و نیازی به وجود میلگرد برشی نمی‌باشد.
- (۲) اگر $\frac{V_c}{2} < V_u < V_c$ باشد، باید میلگرد برشی حداقل به میزان $\left(\frac{A_{sv}}{S}\right)_{min} = 0.135 \frac{b_w}{f_y}$ در مقطع قرار بگیرد.
- (۳) اگر $V_u > V_c$ باشد، باید میلگردهای برشی محاسباتی که با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌شوند، در مقطع قرار بگیرند:

$$\frac{A_{sv}}{S} = \frac{V_u - V_c}{\phi_s f_y d} \geq \left(\frac{A_{sv}}{S}\right)_{min}$$

تیری با مقطع $40 \times 60 \text{ cm}$ و $d = 50 \text{ cm}$ ، در نیمه وسط دهانه، باید برش نهایی $V_u = 28 \text{ ton}$ و در دو ربع کناری دهانه، باید برش $V_u = 36 \text{ ton}$ را تحمل کند. بگویید کدام یک از خاموت گذاری های زیر جوابگو است؟

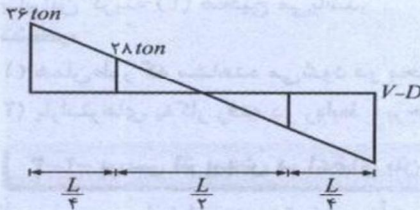
(پایه ۳ - ۸۶)

$$f_c = 200 \text{ kg/cm}^2, f_y = 4000 \text{ kg/cm}^2$$

$$\Phi 12 @ 20 \text{ cm}, \Phi 12 @ 10 \text{ cm} \quad (2) \quad \Phi 12 @ 25 \text{ cm}, \Phi 12 @ 15 \text{ cm} \quad (1)$$

$$\Phi 12 @ 20 \text{ cm}, \Phi 12 @ 25 \text{ cm} \quad (4) \quad \Phi 12 @ 25 \text{ cm}, \Phi 12 @ 10 \text{ cm} \quad (3)$$

علیه با توجه به داده های مسئله، می توان فهمید تیر تحت بار گسترده یکنواخت قرار دارد، بنابراین نمودار برش آن به صورت زیر می باشد:



با توجه به روابط ارائه شده در درسنامه، داریم:

$$V_c = 0.12 \phi_c \sqrt{f_c} b_w d$$

$$V_c = 0.12 \times 0.165 \times \sqrt{20} \times 400 \times 500 = 116275.3 \text{ N} = 11.63 \text{ ton}$$

در نیمه وسط دهانه $V_u = 28 \text{ ton}$ بوده، بنابراین:

$$V_u > V_c \Rightarrow V_s = V_u - V_c \Rightarrow V_s = 16.37 \text{ ton}$$

$$V_s = \phi_s A_{sv} f_{yv} \frac{d}{S} \Rightarrow \frac{A_{sv}}{S} = \frac{16.37 \times 10^4}{0.185 \times 4000 \times 500} = 0.44$$

با توجه به یکسان بودن قطر میلگردها در هر ۴ گزینه، داریم:

$$A_{sv} = 2 \times \frac{\pi}{4} \times 12^2 = 226.19 \text{ mm}^2 \Rightarrow S = 23.16 \text{ cm}$$

حداکثر فاصله خاموت ها مطابق بند ۲-۴-۱-۲ درسنامه کنترل می شود:

$$\begin{cases} V_u = 28 \text{ ton} \\ 0.125 \phi_c f_c b_w d = 0.125 \times 0.165 \times 20 \times 400 \times 500 = 325000 \text{ N} = 32.5 \text{ ton} \end{cases}$$

$$V_u \leq 0.125 \phi_c f_c b_w d \Rightarrow S_{max} = \frac{d}{2}$$

$$V_u > 0.125 \phi_c f_c b_w d \Rightarrow S_{max} = \frac{d}{4}$$

$$28 \text{ ton} < 32.5 \text{ ton} \Rightarrow S_{max} = \frac{d}{4} = 25 \text{ cm} \Rightarrow \text{use } \Phi 12 @ 20 \text{ cm}$$

از طرفی در دو ربع کناری دهانه $V_u = 36 \text{ ton}$ بوده، بنابراین به طور مشابه داریم:

$$\begin{cases} V_c = 11.63 \text{ ton} \\ V_u = 36 \text{ ton} \end{cases} \Rightarrow V_u > V_c \Rightarrow V_s = V_u - V_c = 24.37 \text{ ton}$$

$$V_s = \phi_s A_{sv} f_{yv} \frac{d}{S} \Rightarrow \frac{A_{sv}}{S} = \frac{24.37 \times 10^4}{0.185 \times 4000 \times 500} = 0.66$$

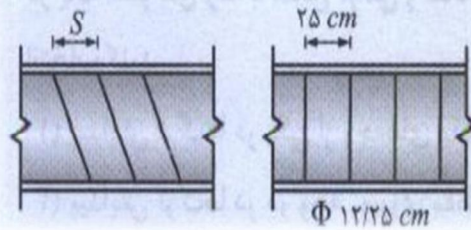
$$A_{sv} = 2 \times \frac{\pi}{4} \times 12^2 = 226.19 \text{ mm}^2 \Rightarrow S = 15.18 \text{ cm}$$

$$V_u = 36 \text{ ton} > 0.125 \phi_c f_c b_w d = 32.5 \text{ ton}$$

$$S_{max} = \frac{d}{4} = 25 \text{ cm} \Rightarrow \text{use } \Phi 12 @ 10 \text{ cm} \quad \text{بنابراین گزینه (۲) صحیح می باشد.}$$

۵- در یک تیر بتن آرمه تحت اثر بار ثقلی با مقطع $۴۰\text{ cm} \times ۶۰\text{ cm}$ ($d = ۵۵\text{ cm}$)، برای مقابله با برش، از دو حلقه

خاموت $۲\Phi ۱۲@۲۵\text{ cm}$ به طور قائم استفاده شده است. اگر بخواهیم خاموت‌ها را به طور مورب تحت زاویه ۶۰° قرار دهیم، کدام یک از ترکیبات زیر را انتخاب می‌کنید؟
(پایه ۲ - ۸۰)



(۱) $۲\Phi ۱۲@۲۵\text{ cm}$

(۲) $۲\Phi ۱۲@۳۰\text{ cm}$

(۳) $۲\Phi ۱۰@۲۵\text{ cm}$

(۴) $۲\Phi ۸@۲۰\text{ cm}$

مقاومت برشی خاموت‌های قائم $V_{s_1} = \phi_s A_{sv_1} f_{yv} \frac{d}{S_1}$

مقاومت برشی خاموت‌های مایل $V_{s_2} = \phi_s A_{sv_2} f_{yv} (\sin \alpha + \cos \alpha) \frac{d}{S_2}$

با توجه به ثابت بودن برش وارد بر مقطع در دو حالت، باید مقاومت برشی میلگردها در هر دو حالت نیز یکسان باشد، بنابراین داریم:

$$V_{s_1} = V_{s_2} \Rightarrow \frac{A_{sv_1}}{S_1} = \frac{A_{sv_2}}{S_2} (\sin \alpha + \cos \alpha), \alpha = 60^\circ$$

$$\frac{2 \times 2 \times \frac{\pi}{4} \times 12^2}{250} = \frac{A_{sv_2}}{S_2} (\sin 60^\circ + \cos 60^\circ)$$

$$\frac{A_{sv_2}}{S_2} = 1/325$$

با توجه به گزینه‌ها داریم:

$$\text{گزینه ۱: } \frac{A_{sv}}{S} = \frac{2 \times 2 \times \frac{\pi}{4} \times 12^2}{350} = 1/293 < 1/325$$

$$\text{گزینه ۲: } \frac{A_{sv}}{S} = \frac{2 \times 2 \times \frac{\pi}{4} \times 12^2}{300} = 1/508 > 1/325$$

$$\text{گزینه ۳: } \frac{A_{sv}}{S} = \frac{2 \times 2 \times \frac{\pi}{4} \times 10^2}{250} = 1/257 < 1/325$$

$$\text{گزینه ۴: } \frac{A_{sv}}{S} = \frac{2 \times 2 \times \frac{\pi}{4} \times 8^2}{200} = 1/1005 < 1/325$$

بنابراین گزینه (۲) صحیح می‌باشد.

تذکره (۱) در محاسبه A_{sv} طبق صورت سؤال، مساحت دو حلقه خاموت در نظر گرفته شده است، یعنی با توجه به اینکه هر حلقه شامل دو شاخه میلگرد است داریم:

$$A_{sv} : 2\Phi 12 \Rightarrow A_{sv} = 2 \times 2 \times \frac{\pi}{4} \times 12^2 = 452/4 \text{ mm}^2$$

دقت شود میلگردهای برشی داده شده در گزینه‌ها نیز، شامل دو حلقه خاموت بسته می‌باشند.

(۲) اعداد به کار رفته در روابط بر حسب میلی‌متر می‌باشند.

۶- در یک نقشه اجرایی از خاموت‌های $\Phi 8 @ 150 \text{ mm}$ که یک در میان دارای قلاب $\Phi 12$ هستند، استفاده شده است. اگر بخواهیم قلاب‌ها را حذف کنیم، فاصله پیشنهادی مهندس ناظر برای خاموت $\Phi 8$ چه مقدار باید باشد؟

(۱) 95 mm (۲) 115 mm (۳) 70 mm (۴) هیچ کدام (پایه ۱-۸۷)

$$A_{sv1} = \left(\pi \times \frac{8^2}{4} \right) \times 2 = 100 \text{ mm}^2 \Rightarrow \frac{A_{sv1}}{S_1} = \frac{100}{150} = 0/67 (\Phi 8 @ 150 \text{ mm})$$

$$A_{sv2} = \left(\pi \times \frac{12^2}{4} \right) = 113 \text{ mm}^2 \Rightarrow \frac{A_{sv2}}{S_2} = \frac{113}{300} = 0/38 (\Phi 12 @ 300 \text{ mm})$$

$$\frac{A_{sv1}}{S_1} + \frac{A_{sv2}}{S_2} = 0/67 + 0/38 = 1/05 \Rightarrow \frac{A_{sv1}}{S} = 1/05 \Rightarrow S = \frac{100}{1/05} = 95/2 \text{ mm}$$

تذکره: با توجه به اینکه قلاب‌های $\Phi 12$ به صورت یک در میان به کار رفته‌اند، فاصله آنها برابر $2 \times 150 = 300 \text{ mm}$ است.

۷- برای یک تیر بتنی با مقطع $400 \times 400 \text{ mm}$ در یک ساختمان بتنی با شکل پذیری متوسط، در نزدیک تکیه گاه‌ها از خاموت‌های $80 @ \Phi 10$ از نوع $S 340$ استفاده شده است. چنانچه در هنگام اجرا، میلگردهای $S 340$ موجود نبوده و به جای آن میلگردهایی از نوع $S 400$ موجود باشد، استفاده از کدام یک از گزینه‌های زیر برای تیر مذکور مناسب‌تر است؟ (پایه ۳ - ۸۹)

$\Phi 10 @ 80 (4)$ $\Phi 10 @ 100 (3)$ $\Phi 10 @ 125 (2)$ $\Phi 10 @ 150 (1)$

مقاومت برشی خاموت‌ها در هر دو حالت باید یکسان باشد. بنابراین با توجه به رابطه (۹-۱۲-۱۰) مبحث نهم مقررات ملی ساختمان ویرایش ۱۳۸۸، داریم:

$$V_s = \phi_s A_{sv} f_{yv} \frac{d}{S}$$

$$V_{s1} = V_{s2} \Rightarrow \phi_s A_{sv1} f_{yv1} \frac{d}{S_1} = \phi_s A_{sv2} f_{yv2} \frac{d}{S_2}$$

$$\frac{A_{sv1} f_{yv1}}{S_1} = \frac{A_{sv2} f_{yv2}}{S_2} \Rightarrow \frac{2 \times \frac{\pi}{4} \times 10^2 \times 340}{80} = \frac{A_{sv2} \times 400}{S_2} \Rightarrow \frac{A_{sv2}}{S_2} = 1/67$$

با توجه به اینکه در تمام گزینه‌ها از خاموت $\Phi 10$ استفاده شده است، داریم:

$$\frac{2 \times \frac{\pi}{4} \times 10^2}{S_2} = 1/67 \Rightarrow S_2 = 94 \text{ mm}$$

بنابراین حداکثر فاصله خاموت‌ها باید برابر 94 mm باشد. با توجه به گزینه‌ها داریم:

(۱) گزینه: $S = 150 \text{ mm} > 94 \text{ mm}$

(۲) گزینه: $S = 125 \text{ mm} > 94 \text{ mm}$

(۳) گزینه: $S = 100 \text{ mm} > 94 \text{ mm}$

(۴) گزینه: $S = 80 \text{ mm} < 94 \text{ mm}$

بنابراین گزینه (۴) صحیح است.

با استناد به بندهای ۹-۱۲-۲-۲، ۹-۱۲-۳-۱ و ۹-۱۲-۴-۱ از مبحث نهم مقررات ملی ساختمان ویرایش ۱۳۸۸، و همچنین با توجه به توضیحات ارائه شده در درسنامه داریم:

مقدار $\phi_c = 0.16$ فرض می‌شود. $V_c = 0.12 \phi_c \sqrt{f'_c} b d$

$$V_c = 0.12 \times 0.16 \times \sqrt{30} \times 350 \times 500 = 115021 \text{ N} = 11.5 \text{ ton}$$

$$V_s = V_{s1} + V_{s2} = \phi_s f_{yv} d \left(\frac{A_{sv1}}{S_1} + \frac{A_{sv2}}{S_2} \right)$$

$$V_s = 0.185 \times 300 \times 500 \times \left(\frac{2 \times \frac{\pi}{4} \times 10^2}{100} + \frac{\frac{\pi}{4} \times 12^2}{125} \right) = 315636 \text{ N} = 31.6 \text{ ton}$$

$$V_r = V_c + V_s = 11.5 + 31.6 = 43.1 \text{ ton}$$

تذکره: با توجه به بند ۹-۱۲-۴-۲-۶ از مبحث نهم مقررات ملی ساختمان ویرایش ۱۳۸۸، به دلیل اینکه بیشتر از یک نوع میلگرد برشی در مقطع وجود دارد، مقاومت برشی میلگردها برابر مجموع مقادیر V_s میلگردها می‌باشد.
در رابطه فوق $\frac{A_{sv1}}{S_1}$ مربوط به تنگ بسته $\Phi 10 @ 10 \text{ cm}$ و $\frac{A_{sv2}}{S_2}$ مربوط به قلاب تک‌شاخه $\Phi 12 @ 12/5 \text{ cm}$ می‌باشد.

در حالت اول از میلگردهای برشی قائم و در حالت دوم از میلگردهای برشی مایل با زاویه 45° درجه استفاده شده است، بنابراین ظرفیت برشی در هر حالت برابر است با:

$$V_{s1} = \phi_s A_{sv1} f_{yv} \frac{d}{S_1}$$

$$V_{s2} = \phi_s A_{sv2} f_{yv} \frac{d}{S_2} (\sin \alpha + \cos \alpha) ; (\alpha = 45^\circ)$$

با توجه به یکسان بودن مقادیر A_{sv} و S در دو حالت داریم:

$$\frac{V_{s2}}{V_{s1}} = (\sin \alpha + \cos \alpha) \Rightarrow \frac{V_{s2}}{V_{s1}} = (\sin 45 + \cos 45) \Rightarrow V_{s2} = 1/41 V_{s1}$$

با استفاده از بندهای ۹-۱۲-۳-۱ و ۹-۱۲-۴-۲-۱ مبحث نهم مقررات ملی ساختمان ویرایش ۱۳۸۸، داریم:

$$V_r = V_c + V_s$$

$$V_c = 0.12 \phi_c \sqrt{f_c} b_w d$$

$$V_s = \phi_s A_{sv} f_{yv} \frac{d}{S}$$

(ضریب ایمنی جزیی بتن در قطعات درجا $\phi_c = 0.65$ می‌باشد)

$$V_c = 0.12 \times 0.65 \times \sqrt{22.5} \times 300 \times (400 - 60) = 62898 \text{ N}$$

$$V_s = 0.185 \times 2 \times \frac{\pi}{4} \times 12^2 \times 400 \times \frac{400 - 60}{80} = 326851 \text{ N}$$

$$V_r = V_c + V_s = 389749 \text{ N} \approx 390 \text{ kN}$$

از طرفی مطابق بند ۹-۱۲-۳ مبحث نهم مقررات ملی ساختمان، مقدار V_r نباید از $0.125 \phi_c f_c b_w d$ بیشتر باشد، بنابراین:

$$V_r \leq 0.125 \phi_c f_c b_w d = 0.125 \times 0.165 \times 22/5 \times 3000 \times (400 - 60) = 372937 N$$

$$V_r \leq 373 kN$$

با توجه به این که مقدار $390 kN$ از $373 kN$ بیشتر است، لذا مقاومت برشی مقطع برابر $V_r = 373 kN$ در نظر گرفته می شود. براساس مبحث نهم مقررات ملی ساختمان بایستی V_s کوچکتر از $4V_c$ باشد که طراح سؤال به این موضوع توجه نداشته است و از این نظر مقطع بتن آرمه مطرح شده اشکال دارد.

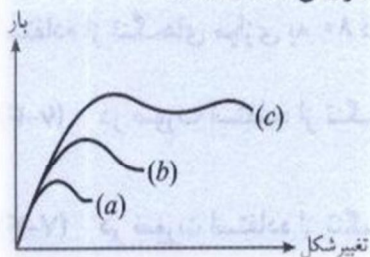
فصل دهم : ستون ها

مقدمه

ستون ها اعضای فشاری هستند که عمدتاً تحت نیروی محوری و یا ترکیبی از نیروی محوری و لنگر خمشی قرار دارند. ستون ها به دو نوع ستون های کوتاه و لاغر تقسیم می شوند. ستون ها معمولاً به صورت "کوتاه" هستند، مگر این که تحت تغییر مکان های جانبی ایجاد شده در اثر بارهای وارده، لنگر خمشی اضافی ایجاد شده بیش از ۵ درصد از مقاومت ستون کم کند. در این صورت، ستون "لاغر" نامیده می شود. برای افزایش ظرفیت فشاری و خمشی در ستون ها، از میلگردهای طولی به همراه میلگردهای عرضی استفاده می شود. می توان مهم ترین نقش میلگردهای عرضی را تأمین قیود جانبی برای میلگردهای طولی و جلوگیری از کمایش آنها به حساب آورد. میلگردهای عرضی به دو صورت تنگ بسته و دورپیچ به کار می روند.

نکته: مزیت دورپیچ نسبت به تنگ در این است که دورپیچ، با ایجاد محصورشدگی مناسب برای هسته ستون، مقاومت، شکل پذیری و قابلیت جذب انرژی مقطع را افزایش می دهد.

در نمودار زیر، منحنی بار - تغییر مکان برای سه ستون مشابه با سه نوع فولادگذاری عرضی متفاوت نشان داده شده است. منحنی (a) مربوط به ستون با فولاد عرضی کم، منحنی (b) مربوط به ستون با تنگ بسته و منحنی (c) نشان دهنده ستون با دورپیچ می باشد. همان طور که از این نمودار مشاهده می شود، تحت بارهای کم، فولادهای عرضی در میزان تغییر شکل های ایجاد شده تأثیر چندانی ندارند، زیرا سه منحنی بر هم منطبق می باشند؛ اما در بارهای بالاتر، میزان فولادهای عرضی و فاصله آنها نقش بسزایی در رفتار ستون و منحنی بار - تغییر مکان دارد، به طوری که در ستون با دورپیچ، شکل پذیری و مقاومت ستون به طور چشمگیری افزایش داشته است.



تذکره: منحنی (a) می تواند مربوط به ستونی با پوشش بتن ناکافی روی میلگردهای طولی نیز باشد، زیرا در این صورت با فشار نسبتاً کمی پوشش بتنی روی میلگردهای طولی خرد شده و در اثر کمایش میلگردهای طولی، ستون دچار گسیختگی می شود.

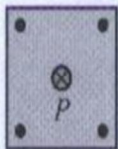
۴-۱- تحلیل ستون تحت بار محوری خالص

در صورتی که بار محوری فشاری به مرکز پلاستیک مقطع (در صورت متقارن بودن مقطع، مرکز پلاستیک بر مرکز سطح مقطع منطبق است) اعمال شود، هیچ لنگر خمشی ایجاد نشده و تمام نقاط مقطع تحت فشار قرار گرفته و در لحظه نهایی شکست، کرنش تمام مقطع به طور همزمان به ϵ_{cu} می‌رسد. در این حالت، ستون تحت فشار خالص قرار دارد.

تحلیل ستون تحت بار محوری خالص در دو حالت حدی بهره‌برداری و حدی نهایی بررسی می‌شود.

۴-۱-۱- تحلیل ستون در حالت حدی بهره‌برداری تحت بار محوری خالص

در این حالت مطابق مبحث نهم مقررات ملی ساختمان، رعایت ضابطه خاصی الزامی نبوده و با توجه به یکسان بودن کرنش در بتن و فولاد، می‌توان تنش هر یک را به صورت زیر محاسبه کرد:



$$\epsilon_s = \epsilon_c \Rightarrow \frac{\sigma_s}{E_s} = \frac{\sigma_c}{E_c} \Rightarrow \sigma_s = \frac{E_s}{E_c} \sigma_c$$

$$\sigma_s = n \sigma_c$$

(۱-۴)

$$\sigma_c = \frac{P}{\text{مساحت مقطع همگن شده}} = \frac{P}{A_c + nA_s}$$

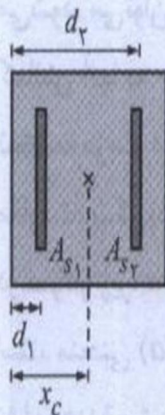
(۲-۴)

$$\sigma_s = \frac{nP}{A_c + nA_s}$$

(۳-۴)

۴-۲-۱- تحلیل ستون در حالت حدی نهایی تحت بار محوری خالص

با توجه به شکل نشان داده شده، در صورت متقارن نبودن مقطع، محل مرکز پلاستیک به صورت زیر محاسبه می گردد:



$$x_p = \frac{\alpha_1 \varphi_c f_c (A_g - A_s) \times x_c + \varphi_s f_{y1} A_{s1} \times d_1 + \varphi_s f_{y2} A_{s2} \times d_2}{\alpha_1 \varphi_c f_c (A_g - A_s) + \varphi_s f_{y1} A_{s1} + \varphi_s f_{y2} A_{s2}} \quad (۴-۴)$$

A_g : سطح مقطع کل

x_c : محل مرکز سطح بتن

A_s : سطح مقطع کل میلگردها

در این صورت نیروی محوری خالص وارد بر مقطع برابر است با:

$$N_r = \alpha_1 \varphi_c f_c (A_g - A_s) + \varphi_s f_{y1} A_{s1} + \varphi_s f_{y2} A_{s2} \quad (۵-۴)$$

مطابق توصیه بند ۹-۱۱-۳-۴ مبحث نهم مقررات ملی ویرایش ۱۳۸۸، حداکثر نیروی محوری مقاوم در صورت استفاده از تنگ‌های موازی به ۸۰ درصد و در صورت استفاده از دورپیچ به ۸۵ درصد مقدار فوق محدود می شود.

$$N_{r_{max}} = 0.8 N_r$$

(۶-۴) در صورت استفاده از تنگ موازی

$$N_{r_{max}} = 0.85 N_r$$

(۷-۴) در صورت استفاده از تنگ مارپیچ

ابعاد مقطع یک ستون کوتاه ۵۰×۵۰ سانتی متر است. اگر این ابعاد ده درصد افزایش یابد و درصد فولاد آن برابر با یک درصد ثابت بماند، حداکثر ظرفیت بار محوری ستون چند درصد افزایش خواهد یافت؟

$$f_c = 200 \text{ kg/cm}^2, \quad f_y = 4000 \text{ kg/cm}^2 \quad (\text{پایه ۳ - ۸۶})$$

(۱) حدود ۱۵٪ (۲) حدود ۳۰٪ (۳) حدود ۲۱٪ (۴) حدود ۱۲٪

$$\rho_1 = 0.01 \Rightarrow A_{s_1} = \rho_1 \times b h = 0.01 \times 50 \times 50 = 25 \text{ cm}^2$$

حداکثر نیروی محوری ستون در حالت طیار خالص رخ می‌دهد و در صورت استفاده از سگ‌های مواریه مقدار آن برابر است با:

$$N_{r_{max_1}} = 0.18 \left[\alpha_1 \phi_c f_c (A_g - A_{s_1}) + \phi_s f_y A_{s_1} \right], \quad f_c = 200 \text{ kg/cm}^2 = 20 \text{ MPa}$$

$$\alpha_1 = 0.185 - 0.00015 f'_c = 0.185 - 0.00015 \times 20 = 0.182$$

$$N_{r_{max_1}} = 0.18 \left[0.182 \times 0.165 \times 200 \times (50 \times 50 - 25) + 0.185 \times 4000 \times 25 \right] = 279068 \text{ kg} \approx 279 \text{ t}$$

$$b_2 = h_2 = 50 + 0.1 \times 50 = 55 \text{ cm}$$

$$\rho_2 = \rho_1 = 0.01 \Rightarrow A_{s_2} = \rho_2 b_2 h_2 = 0.01 \times (55 \times 55) = 30.25 \text{ cm}^2$$

$$N_{r_{max_2}} = 0.18 \left[0.182 \times 0.165 \times 200 \times (55 \times 55 - 30.25) + 0.185 \times 4000 \times 30.25 \right] = 337672 \text{ kg} \approx 338 \text{ t}$$

$$\text{گزینه (۳)} \Rightarrow \frac{N_{r_{max_2}} - N_{r_{max_1}}}{N_{r_{max_1}}} \times 100 = \frac{338 - 279}{279} \times 100 = 21\% \Rightarrow \text{درصد افزایش بار محوری}$$

روش دیگر: (A_g ۲۱ درصد افزایش می‌یابد) $\Rightarrow A_g = 1/1b \times 1/1b = 1/21 b^2$ ابعاد ۱۰ درصد افزایش یابد

$$\rho = \frac{A_s}{A_g}$$

برای ۱/۲۱ A_g ثابت

$$N_{r_{max}} = 0.18 \left[\alpha_1 \phi_c f_c (A_g - A_{s_{\text{کل}}}) + \phi_s f_y A_{s_{\text{کل}}} \right] \Rightarrow \text{۲۱ درصد افزایش می‌یابد.}$$

برای ۱/۲۱ A_g برای ۱/۲۱ $A_{s_{\text{کل}}}$ برای ۱/۲۱

حداکثر نیروی محوری مقاوم ستون بتنی کوتاه با مقطع مربع و به ضلع ۴۰۰ mm که با ۸ عدد آرماتور طولی به

قطر ۲۵ mm مسلح شده، چند کیلونیوتن است؟ ($f_c = 25 \text{ MPa}$, $f_y = 400 \text{ MPa}$) (پایه ۳ - شهریار ۹۱)

۲۷۶۱ (۴)

۲۷۱۶ (۳)

۲۶۷۱ (۲)

۲۶۱۷ (۱)

هاله: نوع آرماتورهای عرضی در ستون مشخص نشده است، با توجه به آنکه ستون مربعی است، احتمال استفاده از تنگ‌های موازی بیشتر بوده (یعنی ضریب کاهش مقاومت محوری 0.8 فرض می‌شود) و مطابق روابط (۴-۵) و

$$N_{rmax} = 0.8 [\alpha_1 \phi_c f_c (A_g - A_s) + \phi_s f_y A_s] \quad \text{درسنامه، داریم:} \quad (۴-۶)$$

$$\alpha_1 = 0.85 - 0.0015 f_c \quad \text{رابطه (۱۱-۲) درسنامه}$$

$$\alpha_1 = 0.85 - 0.0015 \times 25 = 0.81$$

$$N_{rmax} = 0.8 \times [0.81 \times 0.65 \times 25 \times (400 \times 400 - 8 \times \frac{\pi}{4} \times 25^2) + 0.85 \times 400 \times 8 \times \frac{\pi}{4} \times 25^2]$$

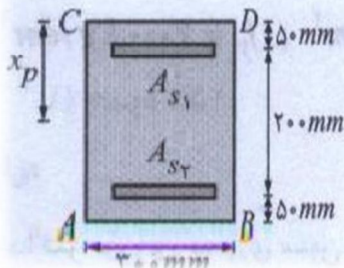
$$N_{rmax} = 2711590 \text{ N} \approx 2712 \text{ kN}$$

همانطور که مشاهده می‌شود، نزدیکترین گزینه به جواب موردنظر، گزینه (۳) می‌باشد. بنابراین گزینه (۳) صحیح است.

در مقطع ستون زیر، فاصله مرکز پلاستیک تا وجه CD (x_p) ، کدام است؟ $(A_{s1} = 2000 \text{ mm}^2)$

(پایه ۳ - شهریور ۹۱)

$$(f_y = 400 \text{ MPa}, A_{s2} = 1000 \text{ mm}^2, f_c = 25 \text{ MPa})$$



۱۲۵ (۱)

۱۳۴ (۲)

۱۴۳ (۳)

۱۵۳ (۴)

هاله: مطابق رابطه (۲-۲) درسنامه، داریم:

$$x_p = \frac{\alpha_1 \phi_c f_c (A_g - A_s) \times x_c + \phi_s f_y A_{s1} \times d_1 + \phi_s f_y A_{s2} \times d_2}{\alpha_1 \phi_c f_c (A_g - A_s) + \phi_s f_y A_{s1} + \phi_s f_y A_{s2}}$$

$$\alpha_1 = 0.85 - 0.0015 f_c \quad \text{رابطه (۱۱-۲) درسنامه}$$

$$\alpha_1 = 0.85 - 0.0015 \times 25 = 0.8125$$

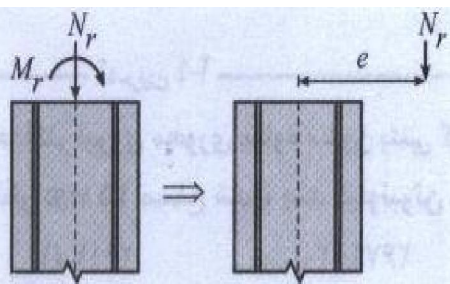
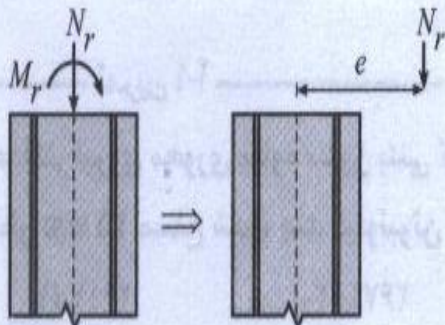
$$x_p = \frac{0.8125 \times 0.65 \times 25 \times (300 \times 300 - 2000 - 1000) \times \frac{300}{2} + 0.85 \times 400 \times 2000 \times 50 + 0.85 \times 400 \times 1000 \times 250}{0.8125 \times 0.65 \times 25 \times (300 \times 300 - 2000 - 1000) + 0.85 \times 400 \times 2000 + 0.85 \times 400 \times 1000}$$

$$x_p = 134.32 \text{ mm}$$

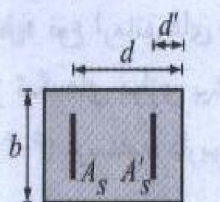
بنابراین گزینه (۲) صحیح است.

۳-۴- بررسی رفتار ستون تحت بار محوری و لنگر خمشی در حالت حدی نهایی

معمولاً در ستون‌ها به دلیل وجود بارهای افقی ناشی از افت و خزش تیرها، تغییر در بارهای زنده و یا عدم اعمال بار محوری به مرکز پلاستیک ستون، لنگر خمشی نیز بر مقطع اعمال می‌شود. در این گونه موارد اثر توأم نیروی محوری و لنگر خمشی را می‌توان با یک بار محوری که به اندازه e از مرکز پلاستیک مقطع فاصله دارد، به صورت زیر نشان داد؛ به طوری که $M_r = N_r \times e$ باشد.

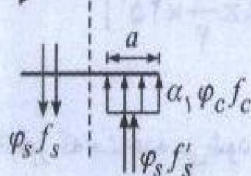
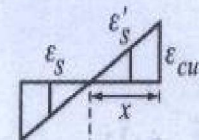


در این حالت برای محاسبه نیروی محوری و لنگر خمشی، با توجه به نمودار توزیع کرنش‌ها و بلوک تنش ویتنی می‌توان به صورت زیر عمل نمود:



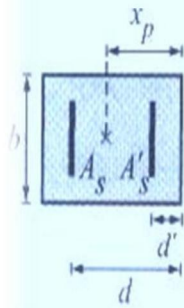
$$x = \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_s} d$$

$$a = \beta_1 x$$



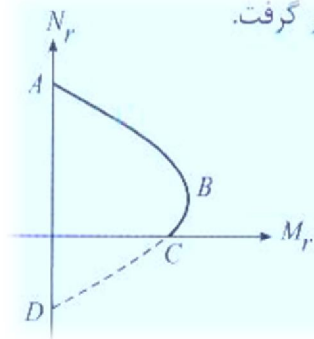
$$N_r = \alpha_1 \phi_c f_c ab + \phi_s f'_s A'_s - \phi_s f_s A_s \quad (A-4)$$

در صورتی که مرکز پلاستیک مقطع ستون به صورت مقابل در نظر گرفته شود،
لنگر خمشی قابل تحمل ستون (M_r) برابر است با:



$$M_r = \alpha_1 \phi_c f_c a b \left(x_p - \frac{a}{2} \right) + \phi_s A'_s f'_s (x_p - d') + \phi_s A_s f_s (d - x_p) \quad (9-4)$$

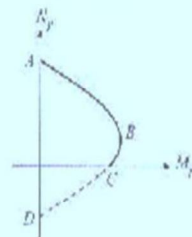
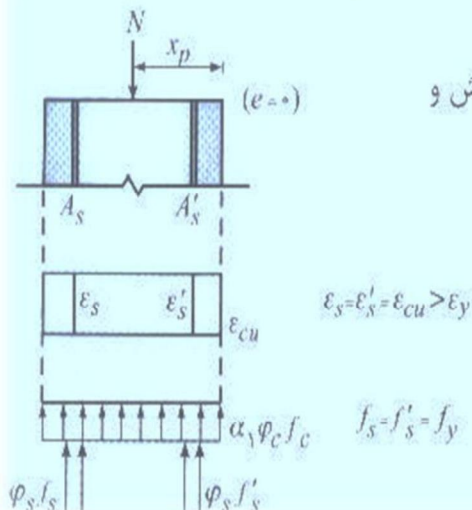
می توان نمودار اندرکنش نیروی محوری - لنگر خمشی ستون را به صورت زیر در نظر گرفت.

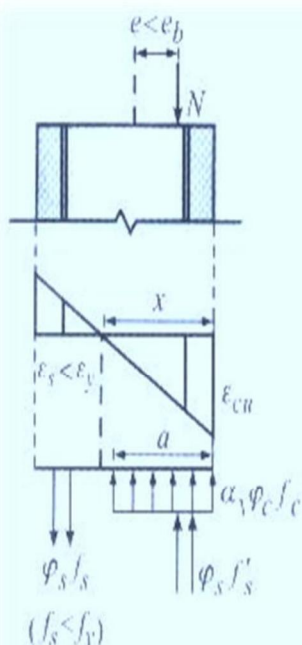


با توجه به نمودار فوق، نواحی زیر قابل تشخیص می باشند:

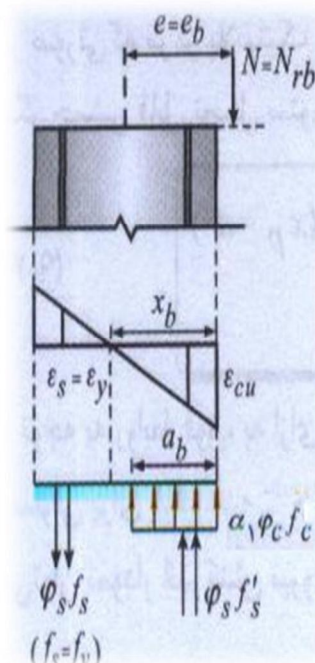
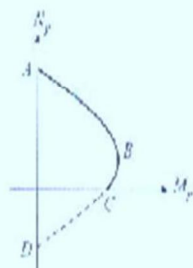
نقطه A: در این نقطه مقطع تحت بار فشاری خالص قرار دارد. در این صورت در لحظه نهایی، کرنش تمام نقاط مقطع برابر ϵ_{cu} بوده و تمام فولادهای مقطع در فشار به تسلیم رسیده اند (در فولادهای معمولی $\epsilon_y < \epsilon_{cu}$ می باشد). در این حالت محور خمشی خارج از مقطع و در بی نهایت قرار داشته و با توجه به عدم وجود لنگر خمشی، مقدار خروج از مرکزیت برابر صفر می باشد.

با توجه به توضیحات داده شده، در این حالت، نمودارهای توزیع تنش و کرنش مقطع به صورت زیر نشان داده می شوند:



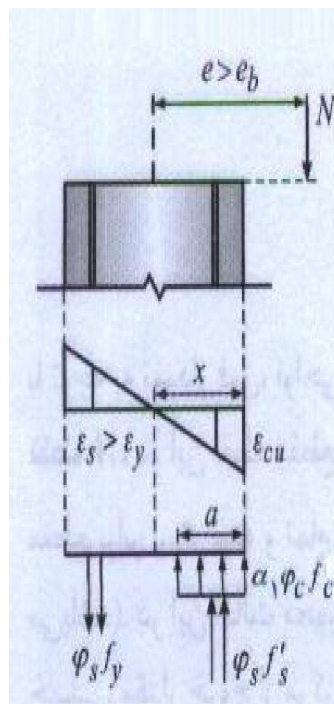


ناحیه AB: در این قسمت، محور خنثی از بی‌نهایت (در نقطه A) به درون مقطع حرکت کرده و با افزایش لنگر خمشی، مقدار خروج از مرکزیت افزایش می‌یابد. در این ناحیه کرنش میلگردهای کششی کمتر از کرنش حد تسلیم است ($\epsilon_s < \epsilon_y$)؛ بنابراین در لحظه نهایی، شکست مقطع به صورت فشاری (ترد) می‌باشد. این ناحیه، ناحیه کنترل شده با فشار نامیده می‌شود.

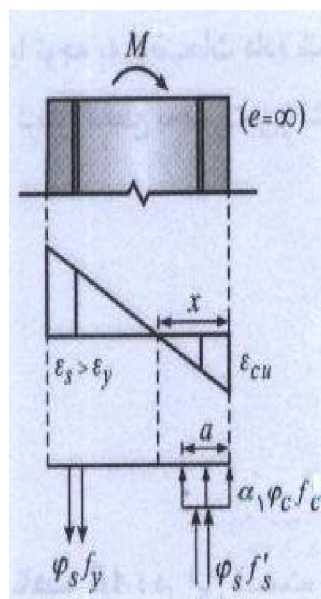


نقطه B: در این لحظه مقطع در وضعیت بالانس (متوازن) قرار دارد؛ یعنی کرنش دورترین تار فشاری بتن برابر $\epsilon_{cu} = 0.0035$ و کرنش میلگردهای کششی برابر کرنش حد تسلیم ($\epsilon_s = \epsilon_y$) می‌باشد. نیروی محوری وارد بر مقطع در این حالت برابر N_{rb} و لنگر خمشی متناظر برابر M_{rb} می‌باشد. مقدار خروج از مرکزیت در این لحظه،

$$e_b = \frac{M_{rb}}{N_{rb}} \quad \text{می‌باشد.}$$



ناحیه BC: در این ناحیه محور خمشی بیشتر درون مقطع نفوذ کرده و مقدار خروج از مرکزیت افزایش می‌یابد. در این ناحیه کرنش میلگردهای کششی از کرنش حد تسلیم بیشتر بوده ($\epsilon_s > \epsilon_y$)، بنابراین شکست مقطع در لحظه نهایی، به صورت شکل پذیر (نرم) می‌باشد. این ناحیه، ناحیه کنترل شده با کشش نامیده می‌شود.



نقطه C: در این نقطه بار محوری وارد بر مقطع صفر بوده و مقطع تحت خمش خالص قرار دارد. لذا مقدار خروج از مرکزیت در این حالت برابر بی‌نهایت می‌باشد. رفتار مقطع در این نقطه مشابه تیر بوده و شکست مقطع با جاری شدن میلگردهای کششی آغاز شده و با خرد شدن بتن در وجه فشاری تکمیل می‌گردد. محور خمشی در این حالت از مرکز پلاستیک مقطع می‌گذرد.

ناحیه CD: در این ناحیه نیروی وارد بر مقطع کششی بوده و بخشی از مقطع ترک خورده است. در این مرحله نیز کرنش میلگردها از کرنش حد تسلیم بیشتر می‌باشد. تذکره: می‌توان این قسمت از منحنی را با تقریب خوبی به صورت خطی در نظر گرفت.

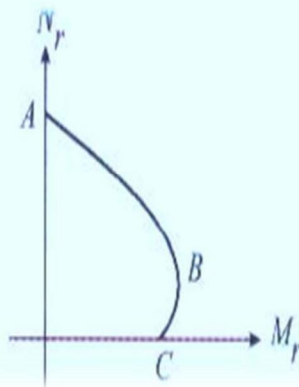
نقطه D: در این نقطه ماکزیمم نیروی کششی قابل تحمل به مقطع وارد شده است. در این لحظه فرض می‌شود که تمام بتن مقطع ترک خورده است و نیروی کششی توسط میلگردهای مقطع تحمل می‌شود.

$$T_{r_s} = \phi_s f_y (A_s + A'_s)$$

(۱۰-۱۴)

تذکره: با توجه به این که ستون ها اعضای فشاری هستند، معمولاً ظرفیت کششی آنها اهمیتی ندارد؛ لذا از ناحیه CD در نمودار اندرکنش ستون صرف نظر می شود. لازم به ذکر است که نیروی کششی ستون به صورت عملی کاربردی نداشته و مقدار آن تنها به صورت تئوری در اینجا آورده شده است.

چنانچه x فاصله محور خنثی مقطع تا دورترین تار فشاری و e خروج از محوریت بار فشاری باشد، در مورد دیاگرام اندرکنش نیرو و - لنگر خمشی، مطابق شکل، گزینه صحیح را انتخاب کنید. (پایه ۳- ۸۱)



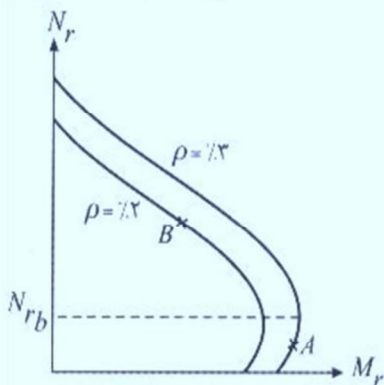
(۱) از نقطه A به B به C ، x افزایش یافته و e نیز افزایش می یابد.

(۲) از نقطه A به B به C ، x کاهش یافته و e افزایش می یابد.

(۳) از نقطه A به B به C ، x کاهش یافته و e نیز کاهش می یابد.

(۴) از نقطه A به B به C ، x افزایش یافته و e کاهش می یابد.

موقعیت ستون های A و B در دیاگرام های اندرکنش آنها با نقاط A و B مشخص شده است. کدام یک از جملات زیر صحیح است؟ (پایه ۱- ۸۳)



(۱) ستون A شکل پذیرتر از B است، چون درصد فولاد آن بیشتر است.

(۲) ستون A شکل پذیرتر از B است، چون بار محوری نظیر آن کمتر از N_{rb} است.

(۳) ستون A شکل پذیرتر از B است، چون لنگر خمشی مقاوم آن بیشتر از B است.

(۴) هر دو ستون به لحاظ شکل پذیری یکسان هستند، چون اساساً دیاگرام تداخلی، مربوط به مقاومت ستون هاست.

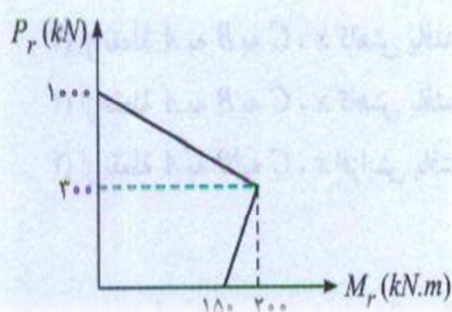
حال: با توجه به نمودار مشاهده می‌شود که ستون A در ناحیه کنترل کشش و ستون B در ناحیه کنترل فشار قرار دارد. بنابراین در ستون A هنگام شکست، $\epsilon_s > \epsilon_y$ بوده، در حالی که در ستون B ، $\epsilon_s < \epsilon_y$ می‌باشد؛ لذا شکل‌پذیری ستون A بیشتر از ستون B است.

لازم به ذکر است، کمتر بودن بار محوری از N_{ph} به ناحیه کنترل کشش نمودار اشاره دارد. بنابراین گزینه (۲) صحیح است.

در قاب یک دهانه و یک طبقه با شکل‌پذیری زیاد در صورتی که لنگر خمشی مقاوم تیر در بر ستون (مثبت و منفی) برابر 135 kN.m و دیاگرام اندرکنش نیروی محوری - لنگر خمشی برای ستون مطابق شکل و نیروی محوری مؤثر به ستون $P_E = \pm 20 \text{ kN}$ و $P_L = 60 \text{ kN}$ و $P_D = 280 \text{ kN}$ و ترکیب بارگذاری موردنظر $D + 1/2 L + 1/2 E$ باشد، نسبت $\frac{M_c}{M_g}$ در اتصال تیر به ستون در نامساعدترین حالت بار محوری در

(۱) ۱/۳۰

ترکیب بارگذاری مذکور به کدام یک از اعداد زیر نزدیک‌تر است؟



(۲) ۱/۲۰

(۳) ۱/۴۰

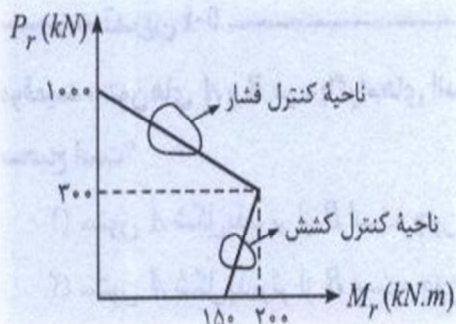
(۴) ۱/۱۰

هال: با توجه به ترکیب بار داده شده، نیروی محوری ستون برابر است با:

$$P = D + 1/2 L + 1/2 E = 280 + 1/2 \times 60 \pm 1/2 \times 20$$

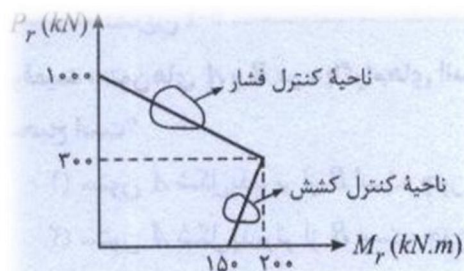
$$P_{max} = 376 \text{ kN} , P_{min} = 328 \text{ kN}$$

با توجه به نمودار اندرکنش نیروی محوری - لنگر خمشی، مقدار لنگر متناظر نیروهای فوق به صورت زیر محاسبه می شود:



معادله ناحیه کنترل فشار مورد نیاز است. $P_{max} = 376 \text{ kN} > 300 \Rightarrow$

$$P_r - 1000 = \frac{300 - 1000}{200 - 0} M_r$$



$$P_r = -3/5 M_r + 1000 \Rightarrow 376 = -3/5 M_r + 1000 \Rightarrow M_{r_1} = 178.29 \text{ kN.m}$$

$P_{min} = 328 \text{ kN} > 300 \Rightarrow$ ستون در ناحیه کنترل فشار قرار دارد.

$$328 = -3/5 M_r + 1000 \Rightarrow M_{r_2} = 192 \text{ kN.m}$$

با توجه به اینکه در سؤال، نسبت $\frac{M_c}{M_g}$ در اتصال تیر به ستون در نامساعدترین حالت بار محوری مورد نظر است، لذا با در نظر گرفتن $P_{max} = 376 \text{ kN}$ و $M_{r_1} = 178.29 \text{ kN.m}$ داریم:

$$\frac{M_c}{M_g} = \frac{178.29}{135} = 1/32$$

بنابراین گزینه (۱) صحیح است.

۴-۲- خروج از مرکزیت حداقل

طبق توصیه مبحث نهم مقررات ملی ویرایش ۱۳۸۸، مقدار زیر، برحسب میلی متر، به عنوان خروج از مرکزیت حداقل در ستون ها در نظر گرفته می شود:

$$e_{min} = 15 + 0.03 h \quad (۴-۲۳)$$

h : ضخامت کل عضو، میلی متر

این برون محوری حداقل باید برای خمش حول هر دو محور اصلی مقطع، به طور جداگانه محاسبه شود. بنابراین در صورتی که مقدار خروج از مرکزیت ناشی از نیروی محوری و لنگر خمشی ($e = \frac{M}{N}$) کمتر از مقدار فوق باشد، مقدار e_{min} به عنوان خروج از مرکزیت ستون در نظر گرفته می شود.

۴-۸- محدودیت های میلگردها در ستون

میزان حداقل میلگردهای طولی ستون، برابر ۱٪ سطح مقطع کل و حداکثر آن برابر ۰/۰۶ سطح مقطع کل می باشد. همچنین در محل وصله های پوششی میلگردها نیز، مقدار حداکثر میلگرد به ۶ درصد سطح مقطع کل محدود می شود.

نکته: در صورتی که از فولاد S 400 برای میلگردها استفاده شود، حداکثر مقدار میلگردهای طولی در محل وصله ها به ۰/۰۶ و در خارج از محل وصله ها به ۰/۰۴۵ سطح مقطع کل محدود می شود.

لازم به ذکر است حداقل نسبت حجمی میلگرد دورپیچ به حجم کل هسته (ρ_{smin})، برابر است با:

$$\rho_{smin} = 0.45 \left(\frac{A_g}{A_c} - 1 \right) \frac{f_c}{f_y} \quad (۴-۲۴)$$

A_g : مساحت کل مقطع

A_c : مساحت هسته عضو فشاری با میلگرد دورپیچ که بر اساس قطر بیرونی دورپیچ محاسبه می گردد.

نکته: توجه شود که f_y در رابطه فوق، مقاومت مشخصه دورپیچ بوده و حداکثر به ۴۰۰ MPa محدود می شود.

حداقل تعداد میلگردهای طولی در مقاطع ستون ها به شرح زیر می باشد:

(۱) سه عدد برای میلگردهای داخل تنگ های مثلثی

(۲) چهار عدد برای میلگردهای داخل تنگ های مدور یا مستطیلی

(۳) شش عدد برای میلگردهای داخل ماریج

هنگام استفاده از دورپیچ در ستون، محدودیت‌هایی در خصوص طراحی آنها از جمله قطر و گام دورپیچ وجود دارد که از جمله مهم‌ترین این محدودیت‌ها، می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

(۱) دورپیچ باید از میلگرد پیوسته ساخته شود و روش ساخت آنها طوری باشد که جابه‌جایی و نصب آنها بدون اعوجاج و تغییر ابعاد میسر باشد.

(۲) قطر میلگردهای مصرفی در دورپیچ نباید از ۶ میلی‌متر کمتر باشد.

(۳) گام دورپیچ نباید از $\frac{1}{6}$ قطر هسته بتنی داخل دورپیچ تجاوز کند.

(۴) در هر گام دورپیچ، فاصله آزاد بین میلگردها نباید کمتر از ۲۵ میلی‌متر و بیشتر از ۷۵ میلی‌متر باشد.

(۵) در هر طبقه، دورپیچ باید از روی پی یا دال، تا تراز پایین‌ترین میلگردهای طبقه فوقانی ادامه یابد.

(۶) دورپیچ باید با فاصله نگهدارهای مناسب در جای خود تنظیم و تثبیت شود.

(۷) در صورتی که قطر میلگرد دورپیچ کمتر از ۱۶ میلی‌متر باشد، تعداد فاصله‌نگهدارها نباید کمتر از مقادیر زیر در نظر گرفته شود:

الف) دو عدد برای دورپیچ با قطر کمتر از ۵۰۰ میلی‌متر

ب) سه عدد برای دورپیچ با قطر ۵۰۰ تا ۷۵۰ میلی‌متر

پ) چهار عدد برای دورپیچ با قطر بیشتر از ۷۵۰ میلی‌متر

(۸) در صورتی که قطر میلگرد دورپیچ بیشتر از ۱۶ میلی‌متر باشد، تعداد فاصله‌نگهدارها نباید کمتر از مقادیر زیر باشد:

الف) سه عدد برای دورپیچ با قطر مساوی یا کمتر از ۶۰۰ میلی‌متر

ب) چهار عدد برای دورپیچ با قطر بیشتر از ۶۰۰ میلی‌متر

۹) مهار کردن دورپیچ با ۱/۵ دور پیچیدن اضافی میلگرد در انتهای قطعه تأمین می‌شود.

همچنین در فولادگذاری اعضای فشاری محدودیت‌هایی برای فاصله میلگردها در نظر گرفته شده است که مهم‌ترین آنها عبارتند از:

۱) فاصله آزاد بین هر دو میلگرد موازی واقع در یک سفره نباید از مقادیر زیر کمتر باشد:

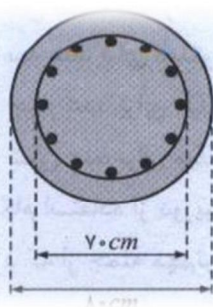
الف) قطر میلگرد بزرگتر

ب) ۲۵ میلی‌متر

پ) ۱/۳۳ برابر قطر اسمی بزرگترین سنگدانه بتن

۲) در اعضای تحت فشار، فاصله محور تا محور میلگردهای طولی از یکدیگر، نباید بیشتر از ۲۰۰ میلی‌متر باشد.

۳) در اعضای فشاری با خاموت‌های بسته یا دورپیچ، فاصله آزاد بین هر دو میلگرد طولی، نباید از ۱/۵ برابر قطر بزرگترین میلگرد و ۴۰ میلی‌متر، کمتر باشد.



برای ستون با مقطع دایره‌ای شکل زیر، حداقل مقدار $(\frac{A_{sp}}{S})$ کدام یک از مقادیر زیر است؟

(پایه ۳ - ۸۷) $(S = \text{فاصله مارپیچ در هر گام، } A_{sp} = \text{سطح مقطع میلگرد مارپیچ})$

$$f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2, \quad f_y = 3000 \text{ kg/cm}^2$$

$$0.1 \quad (1)$$

$$0.15 \quad (3)$$

$$0.2 \quad (2)$$

$$0.05 \quad (4)$$

حل: طبق رابطه (۴-۲۴)، حداقل نسبت حجمی میلگرد دورپیچ به حجم کل هسته برابر است با:

$$\rho_s = 0.45 \left(\frac{A_g}{A_c} - 1 \right) \frac{f_c}{f_y} = 0.45 \left(\frac{\frac{\pi \times 18^2}{4} - 1}{\frac{\pi \times 70^2}{4}} \right) \times \frac{250}{3000} = 0.011$$

از طرفی با توجه به تعریف ρ_s داریم:

$$\rho_s = \frac{\text{حجم فولاد دورپیچ}}{\text{حجم هسته بتن}} = \frac{\pi \times D_c \times A_{sp}}{\frac{\pi}{4} \times D_c^2 \times S} = \frac{4 A_{sp}}{D_c \times S}$$

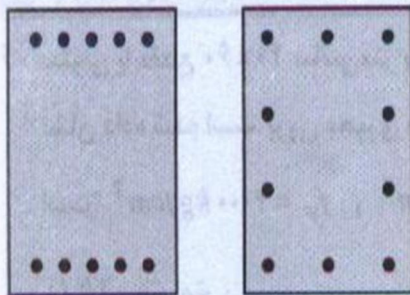
D_c : قطر هسته بتن تا بیرون دورپیچ

$$\frac{A_{sp}}{S} = \rho_s \times \frac{D_c}{4} = 0.011 \times \frac{70}{4} = 0.1925 \approx 0.2$$

بنابراین گزینه (۲) صحیح است.

- دو ستون نشان داده شده در شکل زیر، دارای مقطع یکسان و نسبت میلگرد یکسان هستند. در یک ستون میلگردها در دو انتها متمرکز و در دیگری در اطراف توزیع شده‌اند. اگر ستون (a) قادر به تحمل

باشد، کدام یک از پاسخ‌های زیر در مورد ستون (b) نمی‌تواند صحیح باشد؟ $\begin{cases} N = 100t \\ M = 20t.m \end{cases}$ (پایه ۲ - ۸۱)



(a)

(b)

۱) ستون (b) می‌تواند $\begin{cases} N = 95t \\ M = 18t.m \end{cases}$ را تحمل کند.

۲) ستون (b) می‌تواند $\begin{cases} N = 95t \\ M = 20t.m \end{cases}$ را تحمل کند.

۳) ستون (b) می‌تواند $\begin{cases} N = 100t \\ M = 18t.m \end{cases}$ را تحمل کند.

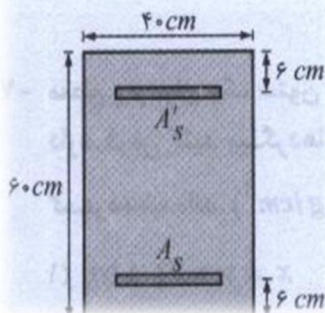
۴) ستون (b) می‌تواند $\begin{cases} N = 105t \\ M = 22t.m \end{cases}$ را تحمل کند.

همان طور که در درسنامه شرح داده شد، حداکثر نیروی محوری قابل تحمل ستون در حالت بار محوری خالص رخ داده که مقدار آن با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌گردد:

$$N_r = \alpha_1 \varphi_c f_c (A_g - A_s) + \varphi_s A_s f_y$$

با توجه به یکسان بودن مقطع ستون‌ها و مشخصات مصالح مصرفی و نسبت میلگردها، نیروی محوری خالص ستون (b) با ستون (a) برابر است، بنابراین حداکثر نیروی محوری ستون (b) با ستون (a) برابر می‌باشد. از طرفی هر چه میلگردها در فاصله دورتری نسبت به مرکز مقطع قرار گرفته باشند، با افزایش بازو، مقطع قادر به تحمل لنگر بیشتری می‌باشد. با توجه به یکسان بودن درصد میلگردها، لنگر قابل تحمل در ستون (a) با توجه به آرایش میلگردها بیشتر از ستون (b) می‌باشد. بنابراین با توجه به این که مقادیر نیروی محوری و لنگر خمشی داده شده در گزینه (۴) نسبت به مقادیر متناظر در ستون (a) بیشتر است، این گزینه نمی‌تواند صحیح باشد. تذکر: مقاومت ستون (b) تحت اثر خمش دوماحوره، به دلیل توزیع میلگردها در هر چهار وجه مقطع، نسبت به ستون (a) بیشتر است.

- در ستونی با مقطع زیر، بارگذاری در حالت حدی نهایی چنان است که تنش در میلگرد کششی صفر می‌باشد. بگویید کدام یک از بارهای زیر به این حالت بارگذاری نزدیک‌تر است؟ (پایه ۳ - ۸۷)



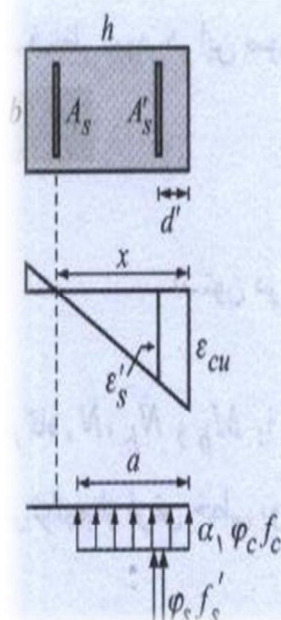
$$A'_s = A_s = 4\Phi 24 \quad f_c = 200 \text{ kg/cm}^2, \quad f_y = 4000 \text{ kg/cm}^2$$

$$M_u = 58 \text{ t.m}, \quad N_u = 126 \text{ t} \quad (1)$$

$$M_u = 48 \text{ t.m}, \quad N_u = 172 \text{ t} \quad (2)$$

$$M_u = 35 \text{ t.m}, \quad N_u = 212 \text{ t} \quad (3)$$

$$M_u = 28 \text{ t.m}, \quad N_u = 249 \text{ t} \quad (4)$$



با توجه به اینکه تنش در میلگردهای کششی صفر می‌باشد، لذا این میلگردها بر روی محور خنشی قرار گرفته‌اند. با در نظر گرفتن $\alpha_1 = \beta_1 = 0.85$ و $\varphi_c = 0.9$ داریم:

$$x = d = 60 - 6 = 54 \text{ cm} \Rightarrow a = \beta_1 x = 0.85 \times 54 = 45.9 \text{ cm}$$

$$N_r = 0.85 \varphi_c f_c a b + \varphi_s f_y A'_s - \varphi_s f_y A_s$$

$$N_r = 0.85 \times 0.9 \times 20 \times 45.9 \times 400 + 0.85 \times 4000 \times 4 \times \frac{\pi}{4} \times 24^2 - 0$$

$$N_r = 2487970 \text{ N} \approx 249 \text{ ton}$$

با توجه به متقارن بودن مقطع، محل مرکز سطح و مرکز پلاستیک بر هم منطبق بوده، بنابراین لنگر خمشی مقطع برابر است با:

$$M_r = 0.185 \phi_c f_c a b \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2} \right) + \phi_s f_y A_s' \left(\frac{h}{2} - d' \right) - \phi_s f_s A_s \left(d - \frac{h}{2} \right)$$

$$M_r = 0.185 \times 0.16 \times 20 \times 459 \times 400 \times \left(\frac{600}{2} - \frac{459}{2} \right) + 0.185 \times 400 \times 4 \times \frac{\pi}{4} \times 24^2 \times \left(\frac{600}{2} - 60 \right) - 0$$

$$M_r = 279686641.3 \text{ N.mm} \Rightarrow M_r \approx 281 \text{ t.m}$$

تذکره: با توجه به نمودار کرنش ها $\epsilon'_s > \epsilon_y$ بوده، بنابراین تنش میلگردهای فشاری در حالت نهایی برابر f_y می باشد. با توجه به این که این تست مربوط به سال ۸۲ می باشد، ضریب ϕ_c برابر ۰/۶ در نظر گرفته شده است.

ستونی با مقطع مربع به ضلع ۶۰ سانتی متر با ۲٪ فولاد تقویت شده است. این ستون در حالت حدی نهایی می تواند بار ۲۵۰ تن را در برون محوری $e_x = 24 \text{ cm}$ تحمل کند. بگویید این ستون قادر به تحمل چه باری در برون محوری های همزمان $e_x = e_y = 24 \text{ cm}$ است؟ $f_c = 200 \text{ kg/cm}^2$ ، $f_y = 4000 \text{ kg/cm}^2$ (پایه ۱-۸۴)

(۱) ۱۲۵ تن (۲) ۱۴۲ تن (۳) ۱۵۷ تن (۴) ۱۷۸ تن

نیروی محوری قابل تحمل ستون تحت خمش دوجوره مطابق رابطه (۴-۱۱) درسمانه، برابر است با:

$$\frac{1}{N_r} = \frac{1}{N_{r_{x_0}}} + \frac{1}{N_{r_{y_0}}} - \frac{1}{N_{r_0}}$$

از طرفی نیروی محوری ستون تحت فشار خالص (N_{r_0}) برابر است با:

$$N_{r_0} = \alpha_1 \phi_c f_c' (A_g - A_s) + \phi_s A_s f_y$$

$$\alpha_1 = 0.185 - 0.10015 f_c' = 0.185 - 0.10015 \times 20 = 0.182$$

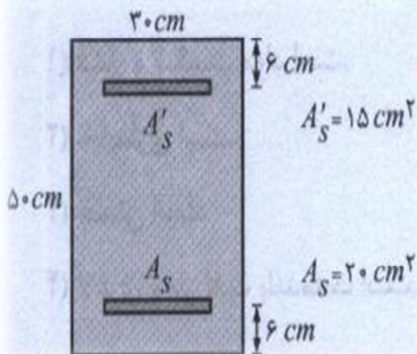
$$A_s = 0.02 \times A_g = 0.02 \times 600 \times 600 = 7200 \text{ mm}^2$$

$$N_{r_0} = 0.182 \times 0.165 \times 20 \times (600^2 - 7200) + 0.185 \times 7200 \times 4000 = 6208848 \text{ N} \approx 620.9 \text{ ton}$$

با توجه به این که مقطع ستون مربع شکل می باشد، در خمش تک محوره، $N_{r_{x_0}} = N_{r_{y_0}}$ بوده، بنابراین:

$$\frac{1}{N_r} = \frac{1}{280} + \frac{1}{280} - \frac{1}{620.9} \Rightarrow N_r = 156.5 \text{ ton} \approx 157 \text{ ton}$$

ستونی با مقطع شکل زیر در حالت حدی نهایی بار و ممان $N_{rb} = 58t$ و $M_{rb} = 33t.m$ را تحمل می‌کند و شرایط تعادل کرنش‌ها در مقطع برقرار است. بگویید این ستون حدوداً چه باری را در برون محوری ۴۰ سانتی متر می‌تواند تحمل کند؟ ($f_c = 200 \text{ kg/cm}^2$, $f_y = 4000 \text{ kg/cm}^2$)



(پایه ۲-۸۴)

(۱) ۶۵ تن

(۲) ۷۵ تن

(۳) ۸۵ تن

(۴) ۹۵ تن

$$\begin{cases} e_b = \frac{M_{rb}}{N_{rb}} = \frac{33}{58} = 0.57 \text{ m} = 57 \text{ cm} \\ e = 40 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow e < e_b \text{ (ستون در ناحیه کنترل فشار است)}$$

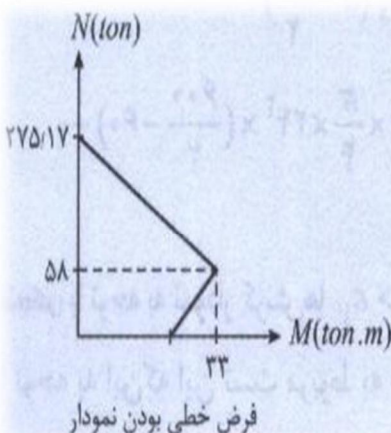
هرگاه N_0 و M_b را داشته باشیم، برای محاسبه مقدار تقریبی نیرو در یک خروج از محوریت خاص، می‌توانیم از فرض خطی بودن نمودار اندرکنش استفاده کنیم و داریم:

$$N_0 = \alpha_1 \phi_c f_c (A_g - A_s - A'_s) + \phi_s f_y (A_s + A'_s)$$

$$\alpha_1 = 0.185 - 0.00015 f_c = 0.185 - 0.00015 \times 20 = 0.182 \text{ (} f_c \text{ بر حسب MPa است)}$$

$$N_0 = 0.182 \times 0.65 \times 20 \times (300 \times 500 - 2000 - 1500) + 0.182 \times 4000 (2000 + 1500)$$

$$N_0 = 2751690 \text{ N} \approx 275.17 \text{ ton}$$



$$N = \frac{58 - 275.17}{33} M + 275.17 \text{ : معادله خط ناحیه کنترل فشار}$$

در ادامه با جایگذاری $M = Ne = N \times 0.4$ ، به‌سادگی نیروی محوری مقاوم در خروج از مرکزیت 0.4 m به‌دست می‌آید:

$$N = -6.58 \times (N \times 0.4) + 275.17 \Rightarrow N \approx 75 \text{ ton}$$

پایان - ویرایش بهار 93

نکته: برای مشاهده منابع به فایل‌های پاورپوینت همین درس مراجعه نمایید.